Álgebra

Actividades



Intelectum

EVOLUCIÓN

Álgebra
Libro de actividades
Segundo grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición: 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.° 2013-11978
ISBN: 978-612-313-086-2
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300685

Impreso en Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

La Colección Intelectum Evolución para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.
La divulgación de la Colección Intelectum Evolución se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.
El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.

Contenido

Unidad 1

Recuerda

La evolución de la matemática

Siglo XVI: a finales del siglo XVI, Europa Occidental había recuperado ya la mayor parte de las obras matemáticas más importantes de la antigüedad que se han conservado hasta nuestros días. Por otra parte, el álgebra árabe había sido asimilada y superada, introduciendo un cierto simbolismo, y la trigonometría se había convertido en una disciplina independiente. La época estaba ya casi madura para llevar a cabo ciertos avances que superaran las contribuciones tanto antiguas como medievales y renacentistas. Pero la transición del Renacimiento al mundo moderno, se hizo también a través de un considerable número de figuras intermedias como: Galileo, Cavalieri, Briggs, Neper, Kepler y Viète entre otros.

Siglo XVII: durante el siglo XVII cambió la forma de existencia de las matemáticas. Aparecieron las organizaciones científicas como las Academias de Londres y París, comenzando así la organización de las instituciones y sociedades científicas, que se convirtieron en una forma fructífera de trabajo en equipo de los científicos. También comenzaron durante este siglo las publicaciones periódicas. Sin embargo, se produjo un cambio muy importante en la concepción de las matemáticas, complementando el estudio de los números y demás magnitudes constantes, con el estudio de los movimientos y transformaciones. En este siglo es cuando tienen comienzo todas o casi todas las disciplinas matemáticas:

- Geometría analítica.
- Métodos integrales.
- Métodos diferenciales.
- Análisis infinitesimal.
- Cálculo de probabilidades.

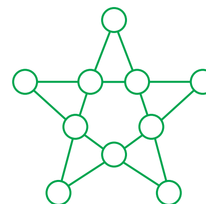
Reflexiona

- *El hombre labra su felicidad de varios materiales incoherentes, para poder construir con ellos un edificio durable.*
- *Cuando encontramos la felicidad en nosotros mismos, hacemos poco caso de la que puede venirnos de otra parte.*
- *El entusiasmo y la paciencia son dos condiciones necesarias para avanzar en el camino de la fortuna.*
- *El hombre generoso olvida los favores que hace y guarda en el corazón los que recibe.*

¡Razona...!

Coloca los números del 1 al 10 en cada uno de los círculos mostrados, de tal forma que la suma de los números en cada uno de los cinco lados sea la misma y la menor posible. ¿Cuál es esa suma?

A) 6
B) 7
C) 8
D) 9
E) 10



Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: TEORÍA DE EXPONENTES

1 Efectúa:

$$S = \underbrace{3\,.\,3\,.\,3 ... 3}_{6 \text{ veces}} - (\underbrace{3 + 3 + 3 + ... + 3}_{200 \text{ veces}})$$

A) 28 B) 29 C) 128
D) 129 E) 126

2 Efectúa:

$$\frac{a^{120}b^{80}}{a^{110}b^{70}}$$

A) b^{10} B) a^{10} C) $(ab)^{10}$
D) $(ab)^{5}$ E) a^{5}

3 Efectúa:

$$\frac{x^{30}y^{10}z^{5}}{x^{10}y^{-10}z^{-15}}$$

A) xyz B) x^5y^6 C) x^2y^4
D) $x^{15}y^{15}z^{15}$ E) $(xyz)^{20}$

4 Reduce:

$$M = \frac{\overbrace{a^{2014} + a^{2014} + ... + a^{2014}}^{2014 \text{ veces}}}{\underbrace{a\,.\,a\,.\,a ... a}_{2014 \text{ veces}}}$$

A) 1 B) 2014 C) 4020
D) a^{2010} E) a^{4020}

5 Calcula:

$$A = \frac{2^{10}\,.\,2^{12}\,.\,2^{14}}{2^{9}\,.\,2^{7}\,.\,2^{20}}$$

A) 2 B) 4 C) 8
D) 16 E) 1

6 Calcula:

$$M = \frac{3^{5}\,.\,3^{7}\,.\,3^{9}\,.\,3^{11}\,.\,3^{13}}{3^{18}\,.\,3^{10}\,.\,3^{15}}$$

A) 9 B) 3 C) 16
D) 27 E) 81

7 Reduce:

$M = \dfrac{x^2x^4x^6x^8x^{10}}{x^1x^3x^5x^7x^9}$

A) x^4 B) x C) x^5
D) $5x$ E) x^3

8 Halla:

$A = \left(\dfrac{1}{8}\right)^{-3^{-1}} + \left(\dfrac{1}{25}\right)^{-2^{-1}}$

A) 2 B) 5 C) 7
D) 4 E) 3

9 Efectúa:

$S = [(2^3)^1]^2 + [(3^2)^1]^2$

A) 139 B) 136 C) 146
D) 145 E) 141

10 Efectúa:

$K = 16^{-4^{-2^{-1}}}$

A) 1/2 B) 1/3 C) 1/4
D) 1/5 E) 1/6

11 Calcula:

$A = \dfrac{15^5.35^4}{21^4.25^4}$

A) 13 B) 14 C) 15
D) 116 E) 17

12 Si: $a^a = 7$

Calcula: $E = \dfrac{(a^{13})^a}{(a^3)^{4a}}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

13 Calcula:

$A = \sqrt{\dfrac{2^{18} + 2^{15}}{2^{13}}}$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

14 Calcula:

$E = \dfrac{\overbrace{2^2.2^2...2^2}^{15\ \text{veces}}}{\underbrace{4^2.4^2...4^2}_{7\ \text{veces}}}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7



Claves

1. D	3. E	5. E	7. C	9. D	11. C	13. A
2. C	4. B	6. A	8. C	10. C	12. E	14. B

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa según la teoría de exponentes:

a) En la multiplicación de bases iguales los exponentes se $\square$.

$a^m . a^n . a^p = a^{\square}$

b) En la división de bases iguales, los exponentes se $\square$.

$\frac{m^p}{n^q} = m^{\square}$; con $m \neq 0$

c) En la propiedad de potencia de potencia los exponentes se $\square$.

$((a^m)^n)^p = a^{\square}$

d) En la potencia de un producto se eleva cada factor a la $\square$.

$(a^m . b^n)^p = a^{m.\square} . b^{n.\square} = a^{\square} b^{\square}$

e) En la potencia de un cociente se eleva tanto al $\square$ como al denominador a la $\square$.

$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^p = \frac{a^{m.\square}}{b^{n.\square}} = \frac{a^{\square}}{b^{\square}}$

2. Escribe al lado derecho el nombre de la ley y la representación simbólica que se emplea para llegar a la solución de:

$$M = \frac{(x^4 + 5^2 + x^2 + 314)^0}{2^4 . 4^{-2}}$$

$M = \frac{1}{2^4 (2^2)^{-2}}$	Exponente $\square$ $\square$
$M = \frac{1}{2^4 . 2^{2(-2)}}$	Potencia de $\square$ $\square$
$M = \frac{1}{2^4 . 2^{-4}}$ $M = \frac{1}{2^{4-4}} = \frac{1}{2^0}$	Producto de bases iguales los exponentes se $\square$ $\square$
$M = \frac{1}{1} = 1$	Exponente $\square$ $\square$

Razonamiento y demostración

3. Calcula:

$$P = \frac{2^{n+3} - 2^{n+1}}{2(2^{n-1})}$$

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. Efectúa:

$$E = [(2^4)^2]^{-3} . (2^2)^{(2^2)^2}$$

A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

5. Efectúa:

$$R = \left(\frac{1}{6}\right)^0 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

A) 49 B) 48 C) 47 D) 45 E) 50

6. Calcula: $\frac{x^4y^3}{x^2y^2} + \frac{x^3y^4}{xy^3}$

A) xy^2 B) $2x^2y$ C) x^2y D) $2xy^2$ E) $2x^2y^2$

7. Calcula: $S = 8^{\frac{1}{3}} + 1000^{\frac{1}{3}}$

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 13

8. Efectúa:

$$R = 27^{\frac{1}{3}} + 81^{\frac{1}{4}} + 16^{\frac{1}{2}}$$

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

9. Calcula:

$$P = 32(2^{-2}) + 16(2^{-4})$$

A) 8 B) 10 C) 9 D) 17 E) 15

Resolución de problemas

10. Al resolver:

$$P = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

Se obtiene un número que consta del producto de sus factores primos:

$$P = ab$$

Calcula: $a + b$

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

11. Determina todos los valores reales necesarios para **x** que verifica: $13 = \dfrac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}}{3^x}$

A) $x = 1$ B) $x = 2$ C) $x \in \mathbb{R}$
D) $x = -1$ E) $x = -2$

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Escribe en el recuadro el signo (+, –, ×, ÷) adecuado, de tal manera que resulte dos.

$$16(4^{-1}) + 18\,(3^{-2})\ \square\ \frac{3^{a+2} + 3^{a+3}}{3^{a+1} + 3^{a+2}}$$

13. Coloca >, < o = según corresponda:

a) $4^{2^{-1}} + 9^{2^{-1}} + 27^{3^{-1}} + 25^{2^{-1}}\ \square\ 14^{1^{2^3}} + 15^{1^{2^3}} + 4^{2^{1^3}} + 3^{2^{1^3}}$

b) $5^{1^{2^0}} + 6^{2^{1^0}} - 7^{0^{2^1}} + 8^{2^{1^0}}\ \square\ \dfrac{2^7 - 2^4}{2^6 - 2^5}$

c) Si: $b = m^3 \neq 0$

$$(-m^2)^3(-m^{-3})^2(m^{3^2})(m^{-3^2})(-m^{(-3)^2})\ \square\ \frac{((b^{-3})^2)^{-1}(b^3(b^3)^{-2})^{-1}}{b^{-3^2}(b^3)^2 b^{(-3)^2}}$$

Razonamiento y demostración

14. Halla:

$$S = 5^{1^{2^0}} + 6^{2^{1^0}} - 7^{0^{2^1}} + 8^{2^{1^0}}$$

A) 104 B) 106 C) 108
D) 110 E) 111

15. Calcula:

$$A = 16\,.\,8^{-1} + (-4)^2 + (-2)^4$$

A) 30 B) 34 C) 35
D) 31 E) 37

16. Calcula: $M + 2N$

$$M = \left(\sqrt{\sqrt{7}}\right)^0 + (-3)^0$$

$$N = 3^2 + (-2)^0 - 2^0$$

A) 25 B) 18 C) 15
D) 14 E) 20

17. Calcula: $\sqrt{2^6 + 6^2} + \sqrt{24^2 + 7^2}$

A) 10 B) 25 C) 35
D) 40 E) 41

18. Demuestra que el exponente final de 5 en la expresión es 11.

$$\left(\sqrt{25\sqrt[4]{5^{-3}.\sqrt{5}}}\right)^{16}$$

19. Demuestra que luego de simplificar la expresión se obtiene x^5y.

$$\sqrt{\frac{\overbrace{\sqrt{x}\sqrt[5]{y}\,\sqrt{x}\sqrt[5]{y}\ldots\sqrt{x}\sqrt[5]{y}}^{120 \text{ veces}}}{\underbrace{\sqrt[3]{x\sqrt{y}}\,\sqrt[3]{x\sqrt{y}}\ldots\sqrt[3]{x\sqrt{y}}}_{30 \text{ veces}}}}$$

Resolución de problemas

20. En la expresión:

$$\underbrace{(2\,.\,2\,.\,2\ldots 2)}_{8 \text{ veces}} - \underbrace{(2 + 2 + \ldots + 2)}_{x \text{ sumandos}}$$

Determina x de tal manera que la diferencia resulte cero.

A) 128 B) 129 C) 130
D) 131 E) 132

21. Determina la condición que debe cumplir a y b de tal manera que la expresión tenga como valor 7.

$$A = \frac{2^{a+3} - 2^a}{2^{b+1} - 2^b}$$

A) $a = 2b$ B) $a = b/2$ C) $a = b$
D) $3a = b$ E) $a = b^{-1}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Relaciona lo propuesto con su respectivo resultado:

$\dfrac{\overbrace{x\,.\,x\,.\,x\ldots x}^{10 \text{ factores}}}{\underbrace{x\,.\,x\,.\,x\ldots x}_{8 \text{ factores}}}$ ○ ○ $\sqrt{2}$

Si: $ab = 1$ $\sqrt{\dfrac{a^{\frac{5}{2}}b^{\frac{10}{3}}}{\sqrt{a}\sqrt[3]{b^4}}}$ ○ ○ $\dfrac{3}{2}$

$\left(\dfrac{4}{9}\right)^{-32^{-25^{-0,5}}}$ ○ ○ 1

$\dfrac{2^{2^{-1}}.2^{2^{-1}}(2^{2^{-1}})^{2^{2^{-1}}.2^{2^{-1}}}}{\sqrt{8}}$ ○ ○ x^2

23. Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) Al resolver: $8(2^{-2}) + 16(2^{-1})$ se obtiene 10. [V]

b) Reduciendo $\dfrac{7^{n+3} - 7^{n+1}}{3 \cdot 2^4 \cdot 7^{n+1}}$ obtenemos 3. [F]

c) Luego de simplificar: $\dfrac{\overbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \ldots 4}^{20\text{ factores}}}{\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \ldots 4}_{18\text{ factores}}}$

Se obtiene un número cuya suma de dígitos es 7. [V]

Razonamiento y demostración

24. Simplifica:

$$M = \frac{5^{a+2} + 5^a(5^3)}{5^{a+1} + 5^{a+2}}$$

A) 25 B) 20 C) 15
D) 10 E) 5

25. Reduce:

$$E = \frac{\overbrace{6 \cdot 6 \cdot 6 \ldots 6}^{40\text{ factores}}}{\underbrace{6 \cdot 6 \cdot 6 \ldots 6}_{37\text{ factores}}}$$

A) 36 B) 6 C) 216
D) 6^{20} E) 6^5

26. Demuestra que el valor de la expresión luego de reducirla es $\dfrac{52}{27}$.

$$W = \frac{3^2}{(-3)^5} + (-3)^{-3} + 4^{2^{-2^0}}$$

27. Simplifica:

$$C = \frac{5(2^{x+2}) + 6(2^{x-1}) - 2(2^{x+3})}{4(2^{x+3}) - 30(2^{x-1}) - 2(2^{x+3})}$$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

28. Calcula:

$$R = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}$$

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

29. Calcula: $P = 5^{2^{-0^{2^5}}} + 27^{3^{-1^{3^{27}}}} - 16^{2^{-2^{2^0}}}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

Resolución de problemas

30. Para la expresión:

$$\underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2 \ldots 2)}_{a\text{ veces}} - \underbrace{(2 + 2 + 2 + \ldots + 2)}_{b\text{ sumandos}} = 12$$

Si: b = 2a, determina a y b.

A) a = 10, b = 20 B) a = 2, b = 4 C) a = 3, b = 6
D) a = 4, b = 8 E) a = 5, b = 10

31. Calcula el valor de A sabiendo que **a** excede a **b** en 4:

$$A = \frac{\overbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \ldots 5}^{a\text{ veces}}}{\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \ldots 5}_{b\text{ veces}}}$$

A) 622 B) 623 C) 624
D) 625 E) 626



Claves

NIVEL 1	7. B	13.	20. A	26.
1.	8. C	14. A	21. C	27. D
2.	9. C	15. B	NIVEL 3	28. A
3. C	10. E	16. E	22.	29. D
4. E	11. C	17. C	23.	30. E
5. A	NIVEL 2	18.	24. E	31. D
6. B	12.	19.	25. C	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: ECUACIONES EXPONENCIALES

1 Calcula: m

$\left(a^{2^m}\right)^5 = a^{80}$

A) 3 B) 6 C) 8
D) 10 E) 4

2 Resuelve:

$b^{2^{2x-17}} = b^{128}$

A) 10 B) 9 C) 12
D) 15 E) 18

3 Halla: E = 10a + 1

Si: $27^{2a-1} = 3^{a+4}$

A) 15 B) 16 C) 18
D) 20 E) 27

4 Resuelve:

$(3^3)^{2x} = (3^4)^{x+3}$

A) –3 B) 0 C) 3
D) 6 E) 12

5 Calcula x en:

$\left(\frac{4}{3}\right)^{x+2} = \left(\frac{64}{27}\right)^{x+2}$

A) –4 B) –3 C) –2
D) –1 E) 0

6 Calcula x en:

$16^{2x+4} = 8^{5x-3}$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{25}{7}$ C) 25
D) $\frac{7}{25}$ E) 3

7 Halla x.

Si: $\left(\frac{25}{4}\right)^x = \frac{125}{8}$

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

8 Halla x.

Si: $a^x \,.\, a^{x+1} \,.\, a^{x+2} = a^{18}$

A) 4 B) 6 C) 10
D) 15 E) 5

9 Calcula x en:

$\frac{a^{8x+6}}{a^{4x+5}} = a^{10} \,.\, a^{15}$

A) 5 B) 7 C) 6
D) 8 E) 4

10 Halla x en:

$\frac{b^{7x+6}}{b^2} = b^5 \,.\, b^6 \,.\, b^7$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

11 Resuelve:

$(2x - 4)^{2x-4} = 256$

A) 2 B) 5 C) 2
D) 6 E) 4

12 Halla x si:

$\left(\frac{x}{2} - 7\right)^{\left(\frac{x}{2} - 7\right)} = 256$

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

13 Calcula x en:

$(3x - 2)^7 = 128$

A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

14 Calcula: $(x^4 + 1)$

Si: $5^{x^2-4} = 7^{x^2-4}$

A) 1 B) 4 C) 8
D) 11 E) 17



Claves

1. E	3. A	5. C	7. D	9. C	11. E	13. C
2. C	4. D	6. B	8. E	10. A	12. C	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

Completa los términos que faltan para llegar a la solución:

1. $\sqrt[5]{2^n} \cdot \sqrt[5]{2} = 64^2$

- Expresamos en función de una sola base:

  $2^{\square} \cdot 2^{\square} = (2^{\square})^2$

  $2^{\square} = 2^{\square \cdot 2}$

- Como las bases son iguales, los exponentes también serán $\square$:

  $\dfrac{\square}{5} = \square$

- Operamos:

  $\square = 5 \cdot \square$

  $n = 60 - 1$

  $\therefore n = \square$

2. $\sqrt[3]{a^{x-5}} = a$

- En el primer miembro, por exponente fraccionario:

  $a^{\square} = a$

- Igualamos las exponentes de las bases:

  $\square = 1$

- Luego:

  $x - \square = 3$

  $\therefore x = \square$

Razonamiento y demostración

3. Halla: y

$3^{y-1} + 3^{y+1} = 90$

A) 1 B) 9 C) 6 D) 3 E) 12

4. Halla: x

$13^{2x+1} + 13^{2x} = 14$

A) $-\frac{1}{2}$ B) –1 C) 1 D) 2 E) 0

5. Halla: x

$3^{x+2} + 3^{x+1} = 108$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Halla: n

$2^{n+5} + 2^{n+3} = 320$

A) 6 B) 3 C) 9 D) 12 E) 4

7. Calcula: x

$3^{2x+3} + 3^{2x+1} = 270$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) –2

8. Halla: y

$2^{3y+1} + 2^{3y+3} = 640$

A) 3 B) 4 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

9. Halla: a

$4^{a-4} + 4^{a-3} + 4^{a-1} = 69$

A) 4 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

10. Calcula: n^2

$5^{n+3} - 5^n = 3100$

A) 1 B) 25 C) 4 D) 9 E) 16

11. Halla n.

Si: $13^{n+1} + 13^n = 2366$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 13

Resolución de problemas

12. De la ecuación exponencial:

$5^{4x-1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{4x-1}$

Calcula el cuádruple del valor obtenido disminuido en uno:

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

13. Si se verifica que:

$$\sqrt{a^x}\sqrt{a^{3x}} = a^{y+2}$$

Entonces "x" e "y" están relacionados por:

A) $2x - y = 0$ B) $2x - y = 1$
C) $2x - y = 2$ D) $2x - y = 3$
E) $2x - y = 4$

NIVEL 2

Comunicación matemática

Escribe verdadero (V) ó falso (F), según corresponda:

14. En la igualdad: $3^{x-4} = 5^{x-4}$, la única posibilidad de solución es cuando:

$x - 4 = 0$ ( )

15. En una ecuación exponencial, si las bases son iguales, entonces los exponentes son diferentes. ( )

16. De la igualdad: $x^x = b^{b^b}$ se puede afirmar que: $x = b$ ☐

17. La solución de: $2.3^x = 36$ es: $x = \dfrac{\log 18}{\log 3}$ ☐

Razonamiento y demostración

18. Resuelve:

$$\sqrt[8]{a^{x-4}} = a$$

A) 12 B) 10 C) 15 D) 16 E) 9

19. Resuelve:

$$\sqrt[x-1]{a^{3x-9}} = a^2$$

A) 6 B) 8 C) 7 D) 9 E) 12

20. Halla: n

$$\sqrt[2n-4]{a^{n+1}} = a$$

A) 5 B) 4 C) 3 D) 6 E) 7

21. Halla: x

$$2^{3^{8^x}} = 512$$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

22. Halla: x

$$\sqrt[7]{\frac{5^{16} + 5^x}{5^x + 5^2}} = 5$$

A) 12 B) 8 C) 4 D) 13 E) 9

23. Halla: x

$$\sqrt[4]{\frac{7^{10} + 7^x}{7^x + 7^2}} = 7$$

A) 16 B) 12 C) 14 D) 8 E) 6

24. Calcula (x + y), si se cumple que:

$$(0,1)^{0,2} . (0,2)^{0,3} = 2^x . 5^y$$

A) 0,7 B) –0,7 C) –0,3
D) –0,07 E) –0,5

25. Si:

$$M = \underbrace{5^{x-4}.5^{x-4}.5^{x-4} ... 5^{x-4}}_{12 \text{ factores}} = 625^3$$

El valor de x es:

A) 5 B) 4 C) 7 D) 10 E) 3

26. Resuelve:

$$\underbrace{3^x + 3^x + 3^x + ... + 3^x}_{27 \text{ veces}} = 9^7$$

A) 9 B) 11 C) 13
D) 10 E) 12

27. Al reducir:

$$M = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} .x^{\frac{15}{8}}$$

se obtiene 9. Halla x.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Resolución de problemas

28. De la ecuación trascendente:

$$\sqrt[3]{x}^{-8x} = 2$$

si nos piden:

$$E = x^{-2} + x^{-1} - 1$$

Se reconoce que el valor de E:

A) Es un número impar donde la suma de sus cifras es 8.
B) Es un número par donde la suma de sus cifras es 8.
C) La primera cifra de la respuesta es ocho veces la segunda cifra.
D) Es un número impar.
E) N.A.

29. Si **P** es la solución de la siguiente ecuación:

$$3^{2^{4^x}} = 81$$

Entonces reconoce lo incorrecto:

A) $P \in \mathbb{Q}$ B) $P \geq 2^{-1}$ C) $P \in \mathbb{R}$
D) $P \notin \mathbb{I}$ E) $P \in \mathbb{I}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

Completa los términos que falten en la secuencia de solución:

30. $\sqrt[4]{a^{x+1}} . \sqrt[3]{a^{2x-1}} = \sqrt[6]{a^{5x+1}}$

- Por la ley del exponente fraccionario.

$$a^{\frac{x+1}{4}} . a^{\square} = a^{\square}$$

- El producto de potencias tienen igual base, por consiguiente sus exponentes se ☐:

$$a^{\frac{x+1}{4}} . a^{\square} = a^{\square}$$

- Se presenta una ecuación exponencial que como se observa las bases son ☐, luego sus exponentes se ☐:

$$\frac{x+1}{4} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{\square(x+1) + 4\square}{4\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\square(x+1) + 4[\square] = 2[\square]$$

$\square$ x − 1 = 10x + 2

($\square$ − 10)x = 2 + 1

$$x = \frac{\square}{\square}$$

$\therefore$ x = $\square$

31. $5^x . (25)^{x-1} = (125)^{2x-1}$

- Expresamos todos a una misma base: 5

  $5^x . (5^{\square})^{x-1} = (5^{\square})^{2x-1}$

- Según la ley de potencia de $\square$:

  $5^x \cdot 5^{\square(x-1)} = 5^{\square\,.\,(2x-1)}$

- Los exponentes se $\square$, ya que presentan igual base:

  $5^{x+\square(x-1)} = 5^{\square\,.\,(2x-1)}$

- Ecuación exponencial de bases iguales, $\square$ exponentes:

  x + $\square$. (x − 1) = $\square$. (2x − 1)

  $\square$. x − 2 = $\square$. x − 3

  3 − 2 = ($\square$ − $\square$)x

  $$x = \frac{\square}{\square}$$

  $\therefore$ x = $\square$

Razonamiento y demostración

32. Halla m si:

$$\frac{9^{2m+1}}{\sqrt{27}} = 3^{m-1}$$

A) 1/2 B) −1/2 C) 1/3
D) −1/3 E) 1/4

33. Calcula: x.
Si: $3^{64^{x-3}} = 3^{2^{5x-20}}$

A) −4 B) −3 C) −2
D) 5 E) 8

34. Halla: x.
Si: $\sqrt[4]{b^{3x-7}} = b^{x-5}$

A) 6 B) 8 C) 13
D) 15 E) 20

35. Halla: m.
Si: $\sqrt[3]{a^{m+7}} = \sqrt[4]{a^{m+12}}$

A) −7 B) 2 C) 4 D) 7 E) 8

36. Halla: n.
Si: $2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} = 224$

A) 2 B) 8 C) 6 D) 12 E) 64

37. Resuelve: $\sqrt[3]{b^{4x-17}} = b^{x-4}$

A) 6 B) 10 C) 12 D) 14 E) 5

38. Resuelve:

$$\frac{(x^3)^5.(x^2)^7}{(x^{13})^2} = \frac{9^7.27^6.81^8}{3^{16}}$$

Da como respuesta: $S = \sqrt[8]{x}$

A) 3 B) 2 C) 6 D) 9 E) 8

39. Halla: x
$x^{x+1} = \sqrt{0,125}$

A) 2^{-8} B) 2^{-4} C) 2^{-1} D) 1 E) 3^{-1}

Resolución de problemas

40. Resuelve:
$(27x^3)^x = \sqrt{0,5}$
Luego, calcula: $E = \sqrt[3x]{\frac{1}{x}}$
Se obtiene que "E":

A) es un número par donde la segunda cifra es el doble de la primera cifra.
B) es un número impar donde la segunda cifra es el doble de la primera cifra.
C) es tan solo un número de un dígito impar.
D) es tan solo un número de un dígito par.
E) no se puede determinar.

41. Al resolver:
$\sqrt{a^{x-1}}\sqrt[3]{a^{2x+1}} = \sqrt[4]{a^{3x-2}}$

Se obtiene una fracción irreducible de la forma $-\frac{m}{n}$.
Indica: m + n

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Claves

NIVEL 1	9. A	17.	26. B	34. C
1.	10. C	18. A	27. B	35. E
2.	11. B	19. C	28. A	36. B
3. D	12. C	20. A	29. E	37. E
4. E	13. C	21. A	NIVEL 3	38. D
5. C	NIVEL 2	22. E	30.	39. C
6. B	14.	23. E	31.	40. A
7. B	15.	24. B	32. B	41. B
8. E	16.	25. A	33. C	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: POLINOMIOS

1 Sea el polinomio homogéneo:

$T(x, y, z) = \frac{pq}{r} x^{7p} y^{7q} + \frac{qr}{p} x^{7p} z^{7r} + \frac{pr}{q} y^{7q} z^{7r}$

Encuentra el valor numérico de: $E = \sqrt[\frac{n-1}{2}]{\frac{(p^3 + q^3 + r^3)^n}{p^{3n} + q^{3n} + r^{3n}}}$

A) 5 B) 7 C) 9
D) 11 E) 13

2 Calcula el producto de los coeficientes del siguiente polinomio homogéneo:

$R(x, y, z) = (2a)^b x^{a^a + 7} + \frac{ab}{5} y^{b^b + 2a + a^a - 7} + \left(\frac{b}{2}\right)^a z^{125a^2 + 7}$

A) 200 B) –200 C) 300
D) –300 E) 500

3 Sean los polinomios:

$A(2x + 3) = mx^3 + nx^2 + px + q$, además: $A(x) = B(x + 2)$

$B(x + 5) = x^3 + x^2 + x + 1$, Determina: $m + n + p + q$

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

4 De la identidad:

$mx^2 + nx + p = (\alpha x + \beta)^2$

Calcula: $B = \frac{(m + n + p)(m - n + p)}{m - p}$

A) $(\alpha + \beta)^2$ B) $(\alpha - \beta)^2$ C) $\alpha^2 + \beta^2$
D) $\alpha^2 - \beta^2$ E) $\alpha + \beta$

5 Determina: $m^{n^{n^n}}$ si el polinomio:

$E(x, y) = 3x^m y^{n-3} - 7x^{m+4} y^{n-3} + 21 x^{m+1} y^{n+1} + 10x^{m+2} y^{n+2}$

Tiene como grado absoluto 12 y el grado relativo con respecto a x es 11.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6 Se tiene en cuenta que: $B(x) \equiv 0$

$B(x) = (3x + 9)^3 (3a - 15) - (7b + 21)^7 (2x - 10)^2$

Calcula: $(a + b)^{(a + b)}$

A) 1 B) 2 D) 3 D) 4 E) 5

7 Si: $P(x-6) = x^2 - 25 + 2x$

Calcula: $P(-1)$

A) 12 B) 15 C) 10 D) 20 E) 30

8 Si la suma de coeficientes de $P(x)$ es 10, donde:

$P(6-x) + P(x-2) \equiv P(x-1) + P(x+2)$

Calcula el término independiente.

A) 10 B) 15 C) 150 D) 12 E) 20

9 Calcula la suma de coeficientes del siguiente polinomio sabiendo que su $GR(y) = 5$.

$P(x; y) = \sqrt{2}\,m^2x^4 - 5\sqrt{2}\,xy^{m-6} + 3\sqrt{2}\,my^{m-7}$

A) $149\sqrt{2}$ B) $141\sqrt{2}$ C) $-\sqrt{2}$

D) $\sqrt{2}$ E) $133\sqrt{2}$

10 Si: $P(x) = (x+3)^2 + (3x-2)^{20} + 3$

$Q(x) = nx^2 + 3x + 2$

Además: $P(1) = Q(2)$. Calcula n.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11 Halla $(a+b)$ si el polinomio es ordenado y completo respecto a x.

$P(x) = x^5 + x^{b+1} + x^{a-3} + x^2 + x + 8$

A) 3 B) 6 C) 9 D) 16 E) 18

12 Si: $P(x; y) = x^7y^3 + x^8y^2 - x^5y^5$

Calcula: $GR(x) + GR(y)$

A) 3 B) 6 C) 8 D) 10 E) 13

13 Sea el monomio:

$S(x; y) = \dfrac{4n^2}{m+n}\, x^{7m+10}y^{2-7m}$

Halla su grado.

A) 7m B) 12 C) 10

D) 14 E) 18

14 El polinomio: $P(x; y) = mx^2y + nx^2y - 4x^2y + mxy - xy - nxy$ es idénticamente nulo. Halla: 4mn

A) 15 B) 3 C) 2 D) 4 E) 35



Claves

1. C	3. B	5. E	7. C	9. A	11. C	13. B
2. A	4. D	6. D	8. A	10. A	12. E	14. A



Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. **Búsqueda de polinomios.**
En esta sopa de letras se han perdido los 5 polinomios especiales.
¡Encuentralos!

O	J	B	N	A	R	W	F	H	H	K	C
R	I	D	I	B	C	I	J	L	S	M	M
O	R	D	E	N	A	D	O	O	C	C	O
J	R	D	E	Z	P	N	C	A	O	D	E
H	O	M	T	N	X	I	S	T	M	W	U
A	E	Z	S	P	T	Y	V	B	P	V	U
P	R	W	F	N	E	N	C	J	L	L	C
X	D	Z	E	D	F	R	U	H	E	M	U
O	I	D	N	B	N	U	L	L	T	H	E
R	I	V	M	T	A	I	I	T	O	J	Z
R	R	O	E	N	E	G	O	M	O	H	N
A	C	G	K	C	Z	Q	I	R	I	G	O

2. Colorea las proposiciones verdaderas:

Del polinomio de sexto grado:
$P(x) = \sqrt{2}\,x^{n+4} + \sqrt{3}\,x^{n+5} + \sqrt{5}\,x^{n+6}$
El valor de "n" es igual a 0.

Del polinomio completo y ordenado:
$P(x) = 2x^{n^2-1} + 3x^{p-3} + 4x^{b-4} + npb$
La suma de coeficientes es 60.

De $P(x+3) = 3x + 1$ se deduce que el polinomio es: $P(x) = 3x - 8$

Si: $F(x) = 2x - 1$ y $F(a) = 2b + 1$.
El valor de $a - b$ es igual a 1.

Razonamiento y demostración

3. Si: $P(x) = x^x - 1 + x^{x-1}$
Halla: P(2)

A) 0 B) 3 C) 4 D) 2 E) 5

4. Siendo: $F(x+2) = x^2 + x + 1$
Halla: F(5)

A) 12 B) 14 C) 13 D) 15 E) 17

5. Si: $P(x) = 2x^4 + x - 1$
Calcula: $\sqrt{P(2)+3}$

A) 7 B) 8 C) 9 D) 6 E) 5

6. Siendo: $P(x) = x^2 - 3x + 8$
Calcula: $\sqrt{P(6)-1}$

A) 5 B) 4 C) 6 D) 3 E) 7

7. Si: $F(x) = 3(x-3) + 2$
Calcula: $M = \sqrt{F(1)+5}$

A) 2 B) 1 C) 4 D) 6 E) 3

8. Halla la suma de coeficientes de P(x) sabiendo que es un polinomio completo.
$P(x) = \sqrt{2}\,x + 3x^4 + 2mx^{m-5} - 3x^3 - \sqrt{2}$

A) 10 B) 11 C) 12 D) 14 E) 18

9. Dado el polinomio: $P(x) = 3x - 2$
Si $P(a) = a$, calcula: a

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

10. Si: $P(x; y) = \sqrt{2}\,x^4y^5 - \frac{1}{4}x^7y - 4$

Calcula: GA(P)

A) 4 B) 7 C) 9 D) 8 E) 6

11. Calcula **a** si $GR(x) = 4$ en:
$P(x; y) = 5x^{a+3}y^6 + 6x^ay^8$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución de problemas

12. Halla $(p - q)$ si se cumple que:
$8x + 27 \equiv p(x+4) + q(2x+3)$

A) 7 B) 5 C) 1 D) 3 E) 4

13. Determina el grado del binomio homogéneo:

$$P(x,y) = C\frac{x^{3a}y^{27}}{y^{2b}} + D\frac{x^{2b}y^{23}}{x^{3a}}$$

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

14. Si:
E(x, y, z) es un polinomio homogéneo.
$E(x, y, z) = b^ax^{a^a+5} - b^ay^{b^b+a^a-22} + b^a\,b^{2-a}\,z^{7a^6+5}$
Calcula la suma de sus coeficientes.

A) 7776 B) 6777 C) 7676 D) 6667 E) 9

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Cálculo:

Adecuadamente elige los signos matemáticos (+ ; –) para colocarlos entre los términos de los polinomios F(x) y G(x) :

$F(x) = 3x \square 1$

$G(x) = x^2 \square x \square 1$

De tal manera que F(G(–1)) resulte –2.

16. Señala el valor de la verdad (V) o falsedad (F) de cada una de las siguientes proposiciones:

- De:
  $P(x) = 2x^2 + x - 4$
  El valor de: $E = \dfrac{P(0) + P(2)}{P(-1) + P(-2)}$ es $-\dfrac{2}{5}$. ( )
- El valor numérico de:
  $E = a^2 + 2ab + b^2$ cuando: $a = \dfrac{1}{2} \wedge b = -\dfrac{1}{2}$ es 1. ( )
- Del siguiente polinomio de cuarto grado:
  $P(x) = 3\sqrt{2} + 9x^{a-4} - \dfrac{1}{2}x^{a-3}$, el valor a es 7. ( )
- Del polinomio:
  $P(x) = (a - 1)x^{2a+1} + (b + 2)x^{2a-3} - cx^{2a+2}$
  su GA = 16, entonces el valor de $\sqrt{a+2}$ es 4. ( )

Razonamiento y demostración

17. Halla el VN de E, si se sabe que:

$x = -1; y = -2; z = 10$.

$E = \sqrt[3]{xy + 2z + 5}$

A) 2 B) 3 C) –3 D) 1 E) –1

18. Se define:

$A(x) = 3x - 1$

$B(x) = 2x + 1$

$C(x) = 3x - 2$

Calcula: C(B(A(2)))

A) 30 B) 29 C) 28 D) 36 E) 31

19. Dado el polinomio homogéneo:

$P(x; y) = (a^2 + 1)x^{a^2+2}y^a + (a - 1)x^{2a}y^{a^2-3}$

Halla la suma de sus coeficientes.

A) 33 B) 32 C) 31 D) 30 E) 29

20. Si: $P(x - 1) = x^2 - 2x$. Halla: $P\left(\sqrt{2 - x}\right)$

A) 1 – x B) 2 – x C) 3 – x
D) 4 – x E) x – 1

21. Sea $F(x + 1) = \dfrac{x + 5}{x + 3}$,

Calcula m si F(m) = –1.

A) –2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –3

22. Determina el valor de **n** para que la siguiente expresión:

$P(a; b) = (a^n + b^{n-1})(a^{2n+1} - b^{n+1})(a^2 + 3b^3 - 1)^2$

sea de grado 31.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

23. Dado el polinomio:

$P(x) = 4x^{a+2} - 7x^{2a+7} + 5x^{2a+4}$

Donde: GA(P) = 17, calcula a.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

24. Dado el polinomio:

$P(x) = 2\sqrt{3}\,x^{m+7} + 5x^{2m+7} - 7x^{2m-7}$

Donde:

GA(P) = 23, calcula m.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

25. En el polinomio:

$P(x; y) = -\dfrac{1}{4}x^{7m-2} - \sqrt{2}\,x^{6m}y^{4-m} + 8x^{7m+6}y^{7-m}$

Se tiene GR(x) = 20,

Calcula: m^2 + GR(y)

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

26. Si:

$P(x; y) = x^2y^n - \dfrac{1}{4}x^{n+2}y^{n-1} + 10$

Do GR(x) = 7,

Calcula $(n^2 - 1)$.

A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 26

27. Si:

$P(x; y) = \sqrt{3}\,x^ay^b - \dfrac{\sqrt{7}}{4}x^{a+5}y^7 + y^{b+7}$

Donde:

GR(x) = 5, calcula a.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

28. Si:

$P(y) = 2y^{2m+1} - 3y^{m+7} + y^{2m+7} + 8$

Donde:

GR(y) = 9, calcula m.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

29. Dada la expresión:

$M(x;y) = x^{a+2}\sqrt[3]{y^{b+1}}$

Donde:

$GR(x) = 18$ y $GR(y) = 5$

Halla: $(a - b)^8$

A) 128 B) 256 C) 64 D) 68 E) 42

30. Dada la expresión:

$M(x;y) = x^{a+5} \cdot \sqrt[4]{y^{b+2}}$

Donde:

$GA(M) = 8$ y $GR(y) = 2$

Halla: $a - b$

A) 1 B) 6 C) –5 D) –4 E) 12

Resolución de problemas

31. Sean los polinomios:

$P(x + 1) = 2x - 1$;

$Q(x - 1) = 2x + 1$

Calcula el valor de:

$P(Q(-1)) + Q(P(1))$

A) 1 B) 0 C) –1
D) 2 E) –2

32. El siguiente polinomio homogéneo, determina la suma de coeficientes:

$$Z(x, y) = 14a\,x^{n^7+3}\,y^{3n^3+4} + 6(a+b)x^{2a}\,y^{b} + (4b+2)x^{100}\,y^{3n^3+35}$$

A) 1590 B) 1591 C) 1592
D) 1593 E) 1594

33. Del polinomio homogéneo:

$$B(x, y, z) = 3^{3^a}\,x^{p+2}\,y^{q+1} + 2^{2^b}y^{p+2}\,z^{r+1} + 7^{7^c}x^{q+2}\,z^{r+1}$$

Calcula el valor de:

$$T = \sqrt[\frac{1-2n}{3}]{\frac{p^{2n} + q^{2n}}{(p+q)^{2n}}}$$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

34. Encuentra los valores de a y b para que los siguientes polinomios sean idénticos:

$P_1(t, u, w) = rw + at^2 - bu^2 + p$

$P_2(t, u, w) = rw + 2bt^2 + au^2 + 3t^2 + 3u^2 + p$

A) a = 7 ; b = 2
B) a = 24 ; b = 12
C) a = –1 ; b = 2
D) a = 1; b = –2
E) a = –1 ; b = –2

NIVEL 3

Comunicación matemática

35. Copia y completa la tabla señalando con una **x** a la clase del polinomio al cual pertenece.

Polinomio	Desordenado	Ordenado	Incompleto	Completo	Grado
$x^2 - 5x + 3$					
$x^{24} + 128x^{17} - 2x^{11} + 4x - 2$					
$2x^2 + x^3 - 3x + 1$					
$-10 + 7x^2 - 2x$					

36. Del polinomio:

$P(x, y) = 2x^{a}y^{a+1} + 5x^{2a}y^{a+3} - ax^{a-6} + ay^{a+7} + 7x^{2a}y^{a+2}$

Halla: $GR(x) + GR(y)$

El dato que falta está codificado con la cifra del César el cual sustituye cada letra por la que está cuatro posiciones más adelante en el alfabeto.

Ejemplo: la F corresponde a la B, la G a la C, así en forma sucesiva. No considerar la Ll, CH y Ñ.

Descifra el código y así resolverás este problema de polinomio.

Código:

AH CNWZK WXOKHQPK ZA
L AO PNAEJPW U OAEO.

Razonamiento y demostración

37. Del polinomio que se anula para cualquier valor de x:

$P(x) = (a + b - 2)x^3 + (a + c - 3)x + (b + c - 5)$

Demuestra que $a + b + c = 5$

38. Siendo el polinomio:

$P(x) = x^{24} + 128x^{17} + 2x^{11} + 64x^6 + 4x + 2$

Calcula: $P(-2)$

A) 2 B) –6 C) 5
D) 8 E) 12

39. Si: $P(x + y; 2x - y) = x^2 + y^2$
Halla: P(2; 1)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

40. Sea: $f(x) = ax + b$
Tal que $f(2) = 5 = f(3) - 2$
Calcular: $f(0) + f(1) + f(5)$

A) 3 B) 10 C) 15
D) 11 E) 12

41. Si: $P(x - m) = x^2 - (m - 1)x + 3$
Además, P(1) = 17. Halla: $m^2 - m + 1$

A) 16 B) 25 C) 27
D) 31 E) 32

42. Si $F(x) = (x - 1)^2 + 10$, indica el valor de:

$$\frac{F(x)-F(x-2)}{x-2}; x \neq 2$$

A) –2 B) –1 C) –4 D) 1 E) 4

43. Sabemos que:
$P(x) = 3x + 2 \ \wedge \ P(g(x)) = 6x + 5$
Calcula: $g(2) + g(-3)$

A) 2 B) 5 C) 1
D) –5 E) 0

Resolución de problemas

44. El grado respecto a "y" es 20, con esto determina el número de términos del polinomio homogéneo.
$G(x, y) = x^a + x^{a-2}y^2 + x^{a-4}y^4 + ...$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

45. Sea: $w(\lambda) = m\lambda^2 + f\lambda + g$
y también: $w(\lambda - 1) = \lambda^2 - \lambda + 1$
Determina el valor de:

$$L = \left(\frac{m^2}{3} + \frac{f^2}{3} + \frac{g^2}{3}\right) - g$$

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

46. Calcula el grado del resultado de efectuar:
$R(x) = (3x - 2)^m (mx^3 - 1)^2 (x^2 + x - m)^2$
Sabiendo que su término independiente es –800.

A) 15 B) 30 C) 16
D) 32 E) 17

47. Sabiendo que el polinomio es completo y ordenado en forma descendente:
$I(x) = \sqrt{7}\,x^{p+q-2} - 21x^{n+p-5} + 2^{10}x^{n-m+2} - 7x^{m-5}$
Determina el valor de:

$$\left(\frac{m+p}{n}\right)^{q^q}$$

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 1

48. De un polinomio homogéneo y completo de grado 7, se toma tres términos consecutivos ordenados crecientemente respecto a "x", como se muestra:
$... + x^{\alpha+3}y^{\beta} + x^{?}y^{a} + x^{\beta+3}y^{\alpha} + ...$

Determina el grado respecto a "x".

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5



Claves

NIVEL 1		NIVEL 2			NIVEL 3	
1.	10. C	15.	20. A	31. B	35.	41. D
2.	11. A	16.	21. E	32. C	36.	42. E
3. E	12. B	17. B	22. C	33. D	37.	43. E
4. C	13. E	18. E	23. E	34. E	38. B	44. D
5. D	14. E	19. D	24. B		39. B	45. C
6. A			25. D		40. C	46. A
7. B			26. C			47. D
8. D			27. A			48. E
9. A			28. A			
			29. B			
			30. C			



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: PRODUCTOS NOTABLES

1 Efectúa:

$$M = \frac{\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}\right)^2}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

A) 1 B) 4 C) 2 D) 3 E) 6

2 Efectúa:

$$A = \left[(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2\right]\left[(\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2\right]$$

A) 40 B) 60 C) 96 D) 70 E) 90

3 Efectúa:

$$M = \sqrt[3]{3 + \sqrt{8}} \,.\, \sqrt[3]{3 - \sqrt{8}}$$

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 1

4 Reduce:

$$M = (x^5 + 4)(x^5 + 7) - (x^5 + 2)(x^5 + 9)$$

A) 5 B) x^{10} C) x^{20} D) 10 E) 15

5 Efectúa:

$$E = (x + 2)^3 + (x - 2)^3 - 24x$$

A) 1 B) 10x C) 2x D) $2x^3$ E) 0

6 Halla: $a^3 + b^3$, si: $a + b = 5 \wedge ab = 6$

A) 35 B) 30 C) 45 D) 50 E) 100

7 Efectúa:

$A = (x + 1)(x^2 - x + 1) - 1$

A) 0 B) $2x^2$ C) $3x^3$ D) x^3 E) 4

8 Calcula:

$N = \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)^2 - 2\left(\sqrt{10} - 4\right)$

A) 13 B) 17 C) 8 D) 10 E) 15

9 Reduce:

$N = \dfrac{\left(a + b\right)^2 + \left(a - b\right)^2}{a^2 + b^2}$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10 Efectúa:

$T = (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b)(a - b) + b^8$

A) $2b^4$ B) b^8 C) $2a^8$ D) a^8 E) a^4

11 Efectúa:

$E = \dfrac{(x + 4)^2 - (x + 5)(x + 3) - 1}{(x + 2)(x - 2) - (x + 1)(x - 1)}$

A) 0 B) 2 C) 1 D) –1 E) –2

12 Si: $x + y = \sqrt{5}$

$xy = 2$

Halla : $x^3 + y^3$

A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $-\sqrt{5}$
D) $4\sqrt{5}$ E) 0

13 Efectúa:

$\left(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3}\right)\left(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{9}\right)$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 12 E) 8

14 Si: $(m + n)^2 = 4mn$

Calcula: $C = \dfrac{7m + 5n}{3m - n}$

A) 2 B) 4 C) 7 D) 5 E) 6



Claves

1. C	3. E	5. D	7. D	9. C	11. A	13. E
2. C	4. D	6. A	8. E	10. D	12. C	14. E

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica el valor de verdad de las proposiciones:

( ) Si: $\sqrt{x} - \sqrt{y} - \sqrt{z} = 0 \Rightarrow$

$\frac{x+y+z}{2} = -\sqrt{xy} - \sqrt{xz} + \sqrt{yz}$,

$\{x; y; z\} \subset \mathbb{R}$

( ) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2;\ x \neq 0$

( ) Si: $\frac{m}{3} + \frac{3}{m} = 2 \Rightarrow m = 3;\ m \neq 0$

A) FFV B) VVF C) FFF
D) FVV E) VVV

2. Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

( ) $(a+b)^3 = a^3 + b^3$

( ) $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = m^2 + \frac{1}{m^2} - 2$

( ) $(x^3 + \sqrt{a})(x^3 - \sqrt{a}) = x^6 - a$

$a > 2012$

A) VVV B) FVV C) VVF
D) FFF E) VFV

Razonamiento y demostración

3. Si: $a + b = 3$ y $ab = 1$

Halla: $a^2 + b^2$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

4. Si: $a - b = 3$ y $ab = 2$

Halla: $a^2 + b^2$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

5. Si: $a + b = 6$, además: $ab = 3$; halla el valor de: $R = a^2 + b^2$

A) 18 B) 20 C) 30
D) 34 E) 36

6. Reduce:

$M = (x+2)^2 - (2-x)^2 + (x-4)^2 - x^2 - 16$

A) 0 B) 2 C) x
D) 4x E) x + 2

7. Calcula:

$A = [(5 + \sqrt{24})(5 - \sqrt{24})(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})]^3$

A) 1 B) 8 C) 27
D) 64 E) 125

8. Si: $a + b = 15$ y $a^2 - b^2 = 60$

Calcula: $S = \sqrt[3]{(a-b)^2 + 11}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9. Si: $a^3 - b^3 = 28$ y $a - b = 4$

Calcula: $E = \sqrt{ab + 4}$

A) 1 B) 2 C) 0
D) 3 E) 5

10. Efectúa:

$L = (\sqrt[3]{3} + 1)(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1)$

A) 3 B) 4 C) 8
D) –4 E) 5

Resolución de problemas

11. Si a la suma de los cuadrados tanto de la suma como la diferencia de dos números consecutivos se le resta el doble del cuadrado del menor número y el cuadrado del mayor número, se obtiene como resultado:

A) El cubo del mayor número.

B) El doble del menor número aumentado en uno.

C) El cuadrado del mayor número.

D) El triple del menor número.

E) El séxtuplo del mayor número.

12. Si el producto de dos números es igual a 1 y su suma es 2, halla la suma de sus cubos.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Marca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

( ) $(a+b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

( ) $(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

( ) $(a+b)^4 - (a-b)^4 = 8ab(a^2 + b^2)$

( ) $(mx + n)(px + q) = mpx^2 + (mq + np)x + nq$

( ) $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + xy + y^3$

14. Completa en los recuadros en blanco lo que falta:

Si: $(x + y)^2 = 2(x^2 + y^2)$

Calcula:

$$E = \frac{121x^7 - y^7}{x^6y} + \frac{3x^2 - y^2}{2xy} + \frac{100x}{20x - 10y}$$

Veamos:

De la condición: $(x + y)^2 = 2(x^2 + y^2)$

Multiplicamos el coeficiente "2" con cada término dentro del paréntesis en el segundo miembro y desarrollamos el binomio al cuadrado.

$$x^{\square} + \square + y^{\square} = \square x^2 + \square y^2$$

Reducimos términos semejantes:

$$\square = (\square - 1)x^2 + (\square - 1)y^2$$

Deducimos que:

$$\square = \square$$

Reemplazamos en "E":

$$\frac{121x^7 - \square^7}{x^6\,\square} + \frac{3x^2 - \square^2}{2x\,\square} + \frac{100x}{20x - 10\,\square}$$

$$E = \square + \square + \square$$

$$\therefore E = \square$$

Razonamiento y demostración

15. Efectúa:

$$\frac{(a + b)^2 - 2ab}{(a - b)^2 + 2ab}$$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

16. Efectúa: $\dfrac{(x + 2)^2 - 4x}{x^2 + 4}$

A) 0 B) 2 C) 1
D) 3 E) 4

17. Si: $x - y = 6$, además: $xy = 2$,

halla: $D = \dfrac{x^2 + y^2}{2}$

A) 16 B) 18 C) 20
D) 22 E) 24

18. Simplifica:

$$A = \frac{\left(\sqrt[6]{5} + \sqrt[6]{6}\right)^2 - \left(\sqrt[6]{5} - \sqrt[6]{6}\right)^2}{2\sqrt[6]{30}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

19. Efectúa:

$$A = \sqrt{(5 + \sqrt{7})(5 - \sqrt{7}) - \left(3 + \sqrt{5}\right)\left(3 - \sqrt{5}\right) + 2}$$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

20. Efectúa:

$$S = \sqrt[3]{(x + 6)(x - 6) - (x + 8)(x - 8) - 1}$$

A) 0 B) 1 C) 4
D) 5 E) 3

21. Si: $a - b = 2 \ \wedge \ ab = 2$

Halla el valor de: $C = \sqrt{a^3 - b^3 - 2ab}$

A) 2 B) 6 C) 3
D) 4 E) 5

22. Efectúa:

$$Q = \left(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{4}\right)$$

A) 2 B) 1 C) 4
D) 8 E) 12

Resolución de problemas

23. La suma de cubos de dos números es 100 y su suma es 10. Determina la suma de sus cuadrados.

A) 50 B) 10 C) 20
D) 30 E) 40

24. Si: $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$

Calcula:

$$\psi = \frac{9\sqrt[3]{(abc)^2} - a^2 - b^2 - c^2}{ab + ac + bc}$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

NIVEL 3

Comunicación matemática

25. Verifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:

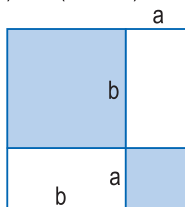
Si: $u \neq \pm 1$ entonces la expresión:

$$\frac{\dfrac{(u^2 + 2u + 1)^7}{(-u - 1)^{17}(1 - u)^2}}{(1 - u^2)^3}$$

se reduce a: $1 - u$

26. De la siguiente figura establezca el valor de verdad o falsedad (considera **a** y **b** $\in \mathbb{R}$ y $a > b$).

I. ¿El área del cuadrado de lado $(a + b)$ menos el área del cuadrado de lado (b) es $2(a^2 + b^2)$?



II. $(b + a)(b - a)$ es igual a la diferencia de las áreas del cuadrado de lado b y de lado a.

III. $b(b + a) > a^7 + b^7$

Razonamiento y demostración

27. Si: $x - \dfrac{1}{x} = 4\sqrt{2}$

Halla: $P = \left(x^2 + x^{-2}\right)^{x^2 \cdot x^{-2}}$

A) 32 B) 34 C) 36
D) 38 E) 42

28. Si: $a + b = 7$ y $ab = 9$
Calcula: $M = (a - b)^2$

A) 13 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

29. Si: $a - b = 7$ y $ab = -5$
Calcula: $(a + b)^2$

A) 28 B) 29 C) 30
D) 32 E) 27

30. Dado: $a + \dfrac{1}{a} = 3\sqrt{2}$

Halla: $S = \sqrt{a^2 + a^{-2}}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

31. Calcula:

$$S = \frac{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) + (3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})}{(8 + \sqrt{63})(8 - \sqrt{63}) + (\sqrt{11} + 1)(\sqrt{11} - 1)}$$

A) 2 B) 3 C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) 1

32. Efectúa: $N = \dfrac{x^2 - 9}{x + 3} + \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$

A) $2x - 6$ B) $3x - 4$ C) $2x - 4$
D) $3x - 6$ E) $2x - 5$

33. Efectúa:
$M = (a + b)(a^2 + ab + b^2)(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

A) $a^6 - b^3$ B) $a^3 - b^6$ C) $(a - b)^6$
D) $a^6 - b^6$ E) $(a + b)^6$

Resolución de problemas

34. Si: $(a + b + 5)^2 + (a - b + 1)^2 = 4(a + 3)(b + 2)$
Calcula:

$$T = \left((b - a)^3 - \left(\frac{a - 2}{b - 3}\right)^3\right)^{2012}$$

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

35. Si: $a^2 + b^2 + c^2 = z$

Calcula:

$$T = \frac{10(a^2z + b^2c^2)(z - a^2)}{(a^4 + a^2c^2 + b^2c^2 + a^2b^2)(b^2 + c^2)}$$

A) 15 B) 8 C) 11
D) 10 E) 1



Claves

NIVEL 1				
1. D	8. C	15. B	23. E	30. C
2. B	9. A	16. C	24. A	31. E
3. C	10. B	17. C	NIVEL 3	32. C
4. D	11. C	18. B	25.	33. D
5. C	12. B	19. B	26.	34. C
6. A	NIVEL 2	20. E	27. B	35. D
7. A	13.	21. D	28. A	
	14.	22. D	29. B	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 5: DIVISIÓN DE POLINOMIOS

1 Al dividir:

$$\frac{x^6 + 31x^2 - 5x^5 - 8x + 21}{x^3 - 2x - 7}$$

Da como resultado la suma de coeficientes del cociente.

A) –1 B) –5 C) –6 D) 2 E) 7

2 Halla el residuo de:

$$\frac{x^4 + (1 - \sqrt{2})x^3 - (1 + 2\sqrt{2})x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 5}{x - 1 - \sqrt{2}}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3 Al dividir:

$$\frac{x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + m}{x^2 + 3x + 1}$$

se obtiene un resto nulo, calcula m.

A) 0 B) 2 C) –1 D) 1 E) –2

4 Si el resto de la siguiente división es 6, halla k.

$$\frac{8x^5 + 5x^2 - 4x + k}{2x + 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5 Al dividir:

$$\frac{2x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

Da como respuesta la suma de coeficientes del cociente.

A) 1 B) 3 C) –3 D) 7 E) –2

6 Halla el cociente en:

$$\frac{x^3 - 10x^2 + 14x - 9}{x^2 - 4x - 3}$$

A) x + 1 B) x – 6 C) x – 1
D) 2x + 3 E) 7x

7 Al dividir: $\dfrac{ax^3 + 2ax^2 - ax - a}{ax + a}$; $a \neq 0$

Da como respuesta el cociente de la división.

A) $ax^2 + ax - 2$
B) $x^2 + x + a$
C) $x^2 + x - a$
D) $x^2 + x - 2$
E) $x^2 - x - 2$

8 Halla el resto de dividir:

$$\frac{5nx^8 - 3n^2x^6 + 6n^3x^4 - n^4x^2}{x^2 + n}$$

A) $14n^5$ B) $15n^5$ C) $12n^5$ D) $13n^5$ E) $11n^5$

9 Calcula el cociente de dividir: $\dfrac{x^6 - 3x^4 + 5x^2 - 7}{x^2 - 4}$

A) $x^4 + x^2 + 9$
B) $x^3 + x^2 + 9$
C) $x^4 + 2x^2 + 9$
D) $x^2 + x + 1$
E) $x^5 + x^3 - 1$

10 Halla el residuo de dividir:

$$\frac{x^{243} + x^{242} + x^{122} + x^{121} + x^2 - 1}{x^3 + 1}$$

A) $x^2 + x - 2$
B) $x^2 + 2x - 1$
C) $3x^2 + x - 2$
D) $3x^2 + x + 2$
E) $7x^2 + x + 1$

11 Calcula el resto en la división:

$$\frac{(x^2 + 4)^5 - x^3 - 5x}{x^2 + 3}$$

A) $x + 1$
B) $-x - 1$
C) $-2x + 1$
D) $8x + 1$
E) $x - 3$

12 Si el polinomio P(x) de tercer grado cuyo primer coeficiente es 1 se anula para $x = 3$, $x = 2$. ¿Qué otro valor de x lo anula, si la suma de sus coeficientes es igual a 10?

A) 0
B) –4
C) 2
D) 4
E) 5

13 Un polinomio entero de tercer grado se anula para $x = 2$, $x = -1$ y al dividirlo por $(x-3)$ da como residuo 20. Halla el resto de dividirlo por $x+3$, si el primer coeficiente del polinomio es la unidad.

A) $-20 + x$
B) $20 + x$
C) x
D) -20
E) -10

14 Un polinomio de cuarto grado en x, cuyo primer coeficiente es la unidad, es divisible por $(x^2 - 1)$ y por $(x - 4)$; al dividirlo por $(x + 3)$ da como residuo 56. Calcula cuánto dará de residuo al dividirlo por $(x - 2)$.

A) –14
B) 14
C) 34
D) –24
E) 24



Claves

1. B	3. D	5. B	7. D	9. A	11. C	13. E
2. E	4. C	6. B	8. B	10. C	12. B	14. D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica correcto(C) o incorrecto(I), según corresponde en la división:

$$\frac{4x^4+8x^3-x^2+8x+22}{2x+3}$$

( ) La división presenta como resto 1.
( ) La suma de coeficientes del cociente es 9.
( ) El cociente es $2x^3+x^2-2x+7$.

A) ICI B) CIC C) CCC D) III E) CII

2. Del esquema:

	a	b	c	d	e	35
m		30	q	r	s	–25
	n	p	15	t	u	w

Calcula:

$$T=w^2+\frac{mn}{2}+mu+\frac{c+q}{5}$$

A) 48 B) 57 C) 86 D) 72 E) 93

3. Según el esquema de la regla de Ruffini:

	m	m^2	3	–2	2
1		m	n	9	r
	a	6	p	q	s

Si m es positivo, indica el cociente Q(x).

A) x^3+6x^2+6x+9 B) $2x^3+6x^2-x+6$
C) $2x^3+6x^2+9x+7$ D) $2x^3+6x^2-3x+5$
E) x^3+6x^2+9x+7

Razonamiento y demostración

4. Al dividir: $\dfrac{8x-9+x^3-5x^2}{x^2-(x+1)}$

Da como respuesta la suma del cociente y del residuo.

A) $x-4$ B) $5x-13$ C) $6x+17$
D) $6x-17$ E) $4x-9$

5. Al dividir: $\dfrac{2x^3+x^2-2x+8}{2x+1}$

Da como respuesta la suma de coeficientes del cociente.

A) 0 B) 1 C) –1
D) 9 E) 2

6. Al dividir: $\dfrac{x^4-7x^3+6x^2-5x+2}{x^3-5x^2+4x-1}$

Da como respuesta la suma de coeficientes del residuo.

A) 4 B) –4 C) –1 D) 1 E) 5

7. Al dividir:

$$\frac{x^5-2x^4+3x^3-4x^2+5x-6}{x^3-2x^2+3x-4}$$

Da como respuesta la suma de coeficientes del cociente.

A) 0 B) 1 C) 2 D) –1 E) –2

8. Dividir: $\dfrac{12x^4-7x^2-9x+6}{3x^4-x^2+1}$

Da como respuesta el cociente.

A) 3 B) $3x^4$ C) $3x$ D) $3x^2$ E) 4

9. Al dividir:

$$\frac{y^4+y^3}{y^3-2}$$

se obtiene como cociente: **A**y + **B**
Calcula: **A** + **B**

A) 1 B) 0 C) 2 D) –1 E) 3

10. Calcula: a + b + c si la siguiente división es exacta.

$$\frac{8x^5+4x^3+ax^2+bx+c}{2x^3+x^2+3}$$

A) 12 B) 18 C) 20 D) 14 E) 16

11. Halla m^n si la siguiente división es exacta:

$$\frac{2x^4+3x^3-x^2+mx+n}{2x^2-x+1}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 2^{-1} E) 3

12. Calcula p + q, si la siguiente división es exacta.

$$\frac{x^4+x^3+x^2+px+q}{x^2+2x+1}$$

A) –7 B) 5 C) 7 D) –3 E) 3

13. Halla n si el resto de la siguiente división es 14.

$$\frac{x^5+2x^4-3x^2-2x-n}{x-2}$$

A) 2 B) 3 C) 1 D) –2 E) –3

14. En la división:

$$\frac{3x^4-x^3+2x^2+ax+a}{x^2+x-1}$$

el residuo es un término independiente. Calcula dicho resto.

A) 13 B) 20 C) 22
D) 32 E) 24

15. Para que la siguiente división $\dfrac{x^4+ax^2+b}{x^2+x+1}$ sea exacta, señala los valores de a y b, respectivamente.

A) 1; –1 B) –2; 1 C) 1; 1
D) 1; –2 E) –1; 1

16. Al dividir: $\dfrac{x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + m}{x^2 + 3x + 1}$,
se obtiene un resto nulo. Calcula m.

A) 0 B) 2 C) –1 D) 1 E) –2

17. Al dividir: $\dfrac{5x^4 + 7x^3 - 3x + 6}{x + 1}$

Da como respuesta la suma de coeficientes del cociente.

A) 4 B) 5 C) 3 D) 6 E) 2

18. Al dividir: $\dfrac{2x^3 + 3x^2 + 5x + 5}{2x + 1}$

Da como respuesta la suma de coeficientes del cociente disminuida en el resto.

A) 5 B) 3 C) 2 D) 4 E) 1

19. Al dividir:

$$\frac{5x^4 - 3x^2 + 6x - 2}{x + 1}$$

Da como respuesta la suma de coeficientes del cociente disminuida en el resto.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

20. Da el término independiente del cociente si la siguiente división es exacta.

$$\frac{3x^5 + x^4 + x^3 - 5x^2 + bx + 2}{3x - 2}$$

A) 2 B) –2 C) –4 D) 4 E) –1

21. Halla el valor de C en la siguiente división si el residuo es 71.

$$\frac{3x^4 + Cx^2 - 1}{x + 3}$$

A) –1 B) 1 C) 2 D) –2 E) –19

22. Halla el residuo en:

$$\frac{(x + 3)^5 - (x + 1)^7 + x^2 + 3x - 5}{x + 2}$$

A) 6 B) –5 C) 5 D) –6 E) 0

23. Halla el resto en:

$$\frac{nx^n + (n - 1)x^{n-1} + (n - 3)x^{n-2} - 3n + 16}{x - 1}$$

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

24. Si el resto de la división:

$\dfrac{x^3 + x - y + y^3}{x + y}$ es ay; calcula $\sqrt{a^2}$

A) –3 B) 2 C) 1 D) 3 E) –2

25. Sea la división exacta:

$$\frac{2^n x^2 + 2^{n+1}x - 1024}{x - 2}$$

Halla: $n^2 + 1$

A) 10 B) 48 C) 7 D) 50 E) 49

26. Al efectuar la siguiente división se obtiene como resto 2.

$$\frac{5x^7 + ax^5 + bx^4 + 3x + 2}{3x^2 + 2x - 1}$$

Indica el valor de b – a.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

27. Luego de efectuar la siguiente división exacta da como respuesta la suma de coeficientes del cociente aumentado en 11m.

$$\frac{4x^{36} - 2x^{27} - 7x^9 + 11m}{2x^9 - 3}$$

A) 3 B) 8 C) 16 D) 5 E) 13

Resolución de problemas

28. Determina la suma de coeficientes de un polinomio T(x) si se sabe que es de tercer grado, cuyo primer coeficiente es la unidad y es divisible entre (x+3)(x–7) y carece de términos cuadráticos.

A) –120 B) 120 C) 100 D)–100 E) 1

29. ¿Cuál es la suma de coeficientes de un polinomio F(x) , si se sabe que es de tercer grado? Su primer coeficiente es la unidad. Además; es divisible por (x–2)(x+1) y carece de términos cuadráticos.

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

NIVEL 2

Comunicación matemática

30. Determina el valor de verdad luego de dividir:

$$\frac{q^4 + 2q^3 - 7q^2 - 8q + 12}{q^2 - 3q + 2}$$

I. Un término del cociente es: 5q ( )

II. La división es exacta. ( )

III. Un binomio del cociente es: $q^2 + 5$ ( )

31. MEMORIA

Memoriza el texto durante el tiempo que creas conveniente, luego tápalo y completa las palabras que faltan en el texto más abajo.

La DIVISIÓN DE POLINOMIOS es aquella operación inversa a la multiplicación definida para polinomios en una sola variable cuyo objetivo es calcular dos expresiones algebraicas llamadas cociente y residuo obtenidas de otras dos expresiones llamadas dividendo y divisor.

La _____________ es aquella operación inversa a la _____________ definida para _____________ cuyo objetivo es calcular dos expresiones _____________ llamadas _____________ obtenidas de otras dos expresiones llamadas _____________.

32. Para efectuar una división según la regla de Paolo Ruffini se planteó el siguiente esquema. Calcula el residuo.

	4	-3	$-b$	a
$2a^2$		$8a$	c	e
	4	b	d	f

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Razonamiento y demostración

33. Al dividir:

$$\frac{6y^4 - y^3 - y^2 + 13y - 10}{3y^2 - 2y + 5}$$

se obtiene como resto: $my + n$
Calcula: $m + n$

A) 3 B) -3 C) 4 D) -4 E) 7

34. Determina el valor de J para que el polinomio:
$P(x) = x^3 - 3x^2 - 5x - J$, sea divisible por: $x - 1$

A) 5 B) 3 C) -4 D) -7 E) 6

35. Si la siguiente división:

$$\frac{6x^4 + 16x^3 + 25x^2 + Ax + B}{3x^2 + 2x + 1}$$

es exacta, entonces el valor de $(A + B)$ es:

A) 5 B) 9 C) 14 D) 20 E) 19

36. Al dividir:

$$\frac{6x^5 + 5x^3 - 3x^2 + Ax + B}{3x^2 - 2}$$

se obtiene por resto: $-3x + 5$
Calcula: $A + B$

A) 10 B) -10 C) 4 D) -2 E) 7

37. Al dividir: $\dfrac{x^3 - 4x^2 + Ax - A}{x^2 - 3x - 2}$

se obtiene como resto una constante.
Halla el valor de: $R(x) + A$

A) 1 B) -1 C) -2 D) 2 E) 0

38. Halla el cociente, si la siguiente división $\dfrac{x^4 + ax^3 + bx^2 + 17x + c}{x^3 + 5x^2 - 7x + 3}$ es exacta.

A) $x + 1$ B) $x - 1$ C) $x^2 + 1$
D) $2x + 3$ E) $x - 2$

39. Calcula el valor de $(A + B + C)$ si la división:

$$\frac{8x^5 + 4x^3 + Ax^2 + Bx + C}{2x^3 + x^2 + 3}$$

deja como resto: $3x^2 + 2x + 1$

A) 12 B) 18 C) 24
D) 30 E) 36

40. Halla el valor de $(m \,.\, n)$ sabiendo que:
$P(x) = 10x^5 + x^4 - 9x^3 + 16x^2 + mx + n$
es divisible por $(x - 1)(2x + 3)$.

A) 9 B) 18 C) 81 D) 27 E) 243

41. Encuentra el resto en la siguiente división:

$$\frac{x^5 + (a+1)x^4 + (b+1)x^2 + (a+b)x^3 + ax + b}{x^2 + ax + b}$$

A) 0 B) 1 C) $a + b$
D) $a - b$ E) ab

42. Al dividir:

$$\frac{x^3 + (b-a)x^2 + (b-ab)x + a - ab}{x - a}$$

Indica el cociente.

A) $x^2 + x + 1$ B) $x^2 + bx + b$ C) $bx^2 + bx + b$
D) $x^2 + bx + a$ E) $x^2 + ax + a$

43. Al dividir: $\dfrac{3x^4 + mx^2 + 6}{x + 2}$

La suma de coeficientes del cociente es 10. Halla el valor de m.

A) 15 B) 5 C) 25 D) -25 E) -15

44. Calcula el valor de **a** si la división:

$$\frac{x^3 - ax^2 - 2ax - a^2}{x - a - 3}$$

da como residuo: $7a + 2$

A) -5 B) -3 C) 2 D) -4 E) 4

45. Si: $\dfrac{x^3 - ax^2 - ax - a^2}{x - a - 2}$ tiene por resto:

$5a + 11$, halla **a**.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

46. Halla el resto de la siguiente división:

$$\frac{5x^{23} + 8x^{18} - 4x^6 - 7x + 9}{x + 1}$$

A) 15 B) 12 C) 10 D) -13 E) -9

47. Halla el resto en la división:

$$\frac{x^{20} + 2x^{12} + x^7 - 3x^3 + 2}{x^2 + 1}$$

A) $x + 2$ B) $x - 1$ C) $2x + 3$
D) $2x + 5$ E) $x + 4$

48. Halla el resto de:

$$\frac{x^8 - 2x^5 - 3x^4 - 8x^2 - 5x + 10}{x^3 + 2}$$

A) $x - 1$ B) $x + 10$ C) $x^2 - 1$
D) $2x - 3$ E) $x - 8$

Resolución de problemas

49. Un polinomio entero en **x** de tercer grado cuyo primer coeficiente es la unidad, se anula, para $x = 2$, $x = 3$. Señala el término independiente del polinomio si la suma de sus coeficientes es 10.

A) 24 B) 14 C) 10 D) –24 E) –14

50. Encuentra el resto de dividir un polinomio P(x) entre $(3x - 8)$, se sabe que el término independiente del cociente es 7, y además, $P(0) = 10$.

A) 63 B) 65 C) 66 D) 68 E) 67

NIVEL 3

Comunicación matemática

51. Efectúa la división por Horner:

3	21	23	20	$\frac{302}{21}$	$\frac{8}{3}$
$-\frac{2}{7}$		$-b$	-14		
-2			-2	-14	
				$-\frac{8}{21}$	$c - 1$
	a	7	$\frac{4}{3}$	0	0

Calcula: $a + b - 3c$

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

52. Marca con una (V) de verdadero o una (F) de falso, según corresponda:

I. Al dividir :

$$\frac{5nx^8 - 3n^2x^6 + 6n^3x^4 - n^4x^2}{x^2 + n}$$

Se obtiene como resto $15n^5$. ( )

II. El residuo de dividir:

$$\frac{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1}{x^2 + 5x + 7}$$

es 4. ( )

III. El resto de la división:

$\frac{x^{367} - 2}{x^2 - x + 1}$ es: $x^2 - 2$ ( )

53. En el esquema de Horner:

1	2	c	5	g	h
a		6	d		
4			e	i	
				j	k
	b	10	f	138	230

Indica:

$$\sqrt{(b + c + e)}\sqrt{(a + d + f + g + h)}$$

A) 36 B) 54 C) 81 D) 72 E) 16

54. Si la siguiente división:

$$\frac{8x^5 + 4x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + x^2 + 3}$$

es inexacta y tiene como residuo a:

$R(x) = 5x^2 - 3x + 7$.

Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

( ) $m + n > p$

( ) $m = 20 \wedge n + p = 7$

( ) $m + 4n + p = 0$

A) FVF B) VVV C) FVV
D) VVF E) FFV

55. Si la siguiente división:

$$\frac{Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Dx^2 + Ex + F}{x + 1}$$

es exacta y se realiza la operación usando el método de Ruffini cuyo esquema se muestra:

	A	B	C	D	E	F
–1		1	3	5	7	9
	e	d	c	b	a	0

Entonces, la suma de coeficientes del polinomio dividendo es:

A) 100 B) 50 C) 0
D) –25 E) –50

Razonamiento y demostración

56. Si el polinomio $Ax^4 + Bx^3 - 13x^2 - 14x + 24$ es divisible por: $x^2 - 4x + 3$

Calcula: $A - B$

A) 1 B) –1 C) 2 D) –2 E) 0

57. Halla el valor de A y B para que la división:

$$\frac{4x^4 - 17x^2 + Ax + B}{2x^2 + 3x - 2}$$

sea exacta.

A) 0 y 4 B) 0 y – 4 C) 4 y 0
D) –4 y 0 E) 4 y –4

58. Si la siguiente división es exacta:

$$\frac{Ax^4 + Bx^3 + 3x - 9}{2x^2 + x - 3}$$

calcula: $\frac{A}{B}$

A) 1 B) 2 C) –1
D) –2 E) 4

59. Al dividir: $\dfrac{4x^3 - 16x^2 + Mx - N}{2x^2 - 3x + 2}$ su resto es: $5x$

Calcula: $M - N$

A) 13 B) 14 C) 12
D) 15 E) 16

60. Determina **m** y **n** de tal manera que el polinomio:
$x^4 - 3x^3 + (m + 1)x + n - 1$ sea divisible por: $x^2 - 2x + 4$.
Da como respuesta: $m - n$

A) 23 B) 16 C) –16
D) –23 E) 30

61. Si la división:

$$\frac{6x^4 - x^3y - 6x^2y^2 + 5xy^3 - 3y^4}{2x^2 + xy - 2y^2}$$

deja de resto –16; halla y.

A) 1 B) 3 C) 2
D) –1 E) 4

62. Si la siguiente división deja como resto $6ab + b^2$, halla $\frac{a}{b}$.

$$\frac{9x^4 + 6ax^3 + (a^2 + 3b)x^2 + 9a^2x - 3ab}{3x^2 + ax - b};$$

a y $b \neq 0$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) 3 D) 9 E) 27

63. Halla $3m - 2n$, si al efectuar la división:

$$\frac{7x^5 + 9ax^4 - 6a^2x^3 + ma^4x + na^5}{x^2 + ax - 2a^2}$$

se obtiene como resto: $16a^4x - a^5$

A) 4 B) –4 C) 16 D) –16 E) 0

64. Halla un valor de **m** tal que el polinomio:
$2x^4 + 4ax^3 - 5a^2x^2 - 3a^3x + ma^4$ sea divisible por: $x - a$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

65. Halla el valor de **m** para que:
$x^4 + ma^2x^2 - 5a^3x + a^4$, sea divisible por: $x - a$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

66. Indica la suma de coeficientes del cociente en:

$$\frac{ax^{10n} - 2x^{8n} - 2x^{4n} - x^{2n} + 3x^{6n} - 1}{x^{2n} - 1};\ n \in \mathbb{Z}^+$$

si deja como resto 21.

A) 38 B) 39 C) 77 D) 116 E) 154

67. En la división: $\dfrac{27x^{83} - 3x^{85} + 4x^2 + 2x - 1}{x + 3}$

Halla el residuo.

A) 30 B) 31 C) 29 D) 28 E) 32

68. Si el resto de dividir: $\dfrac{x^5 - x^3 + 7}{x^2 + 1}$ es: $ax + b$

Halla: ab

A) 7 B) –7 C) –2
D) 70 E) 14

69. En la siguiente división halla la suma de coeficientes del resto.

$$\frac{2x^3(x + 1)^5 + x + 1}{x^2 - 1}$$

A) 10 B) 20 C) 30
D) 36 E) 66

Resolución de problemas

70. Determina un polinomio de 4.º grado en variable "x", que nos da como resto $5x$ al dividirlo por $(x - 1)^2$ y da como resto $6x$ al dividirlo por $(x - 5)^3$.

A) $\frac{1}{12}(x - 5)^3(6x - 3) + 6x$

B) $\frac{1}{10}(x - 5)^3(5x - 3) + 2$

C) $\frac{1}{256}(x - 5)^3(7x - 3) + 6x$

D) $\frac{1}{25}x^3(8x + 3) - 12x$

E) $\frac{1}{26}(x - 4)^3(6x - 1) - 1$

71. Un polinomio entero en **x** de cuarto grado es divisible por $x^2 - x + 1$ y $x^2 + x + 1$, si además al dividirlo por $x + 1$ se obtiene como residuo 24. Indica la suma de coeficientes del polinomio.

A) 14 B) –24 C) 24
D) 34 E) 5

Claves

NIVEL 1	**12.** B	**25.** D	**37.** C	**50.** C	**62.** B
1. B	**13.** A	**26.** D	**38.** E	NIVEL 3	**63.** E
2. E	**14.** C	**27.** D	**39.** C	**51.** B	**64.** B
3. C	**15.** C	**28.** A	**40.** C	**52.**	**65.** C
4. D	**16.** D	**29.** D	**41.** A	**53.** B	**66.** D
5. A	**17.** A	NIVEL 2	**42.** B	**54.** C	**67.** C
6. B	**18.** E	**30.**	**43.** D	**55.** E	**68.** E
7. B	**19.** E	**31.**	**44.** A	**56.** B	**69.** E
8. E	**20.** E	**32.** D	**45.** C	**57.** A	**70.** C
9. C	**21.** E	**33.** E	**46.** A	**58.** B	**71.** C
10. B	**22.** B	**34.** D	**47.** D	**59.** B	
11. B	**23.** B	**35.** E	**48.** B	**60.** E	
	24. B	**36.** D	**49.** A	**61.** C	

MARATÓN Matemática

Determina: $P = \dfrac{a^2(a-1)}{b^2(b-1)}$

Si: $(a+1)(b+1) = (a+b)^2 + 1$; $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ y $b \neq 1$

Resolución:

Del dato:

$ab + a + b + 1 = a^2 + 2ab + b^2 + 1$

Se tiene:

- $a - ab + b - b^2 = a^2$

$a(1-b) + b(1-b) = a^2$

$(1-b)(a+b) = a^2$ ...(I)

- $a - a^2 + b - ab = b^2$

$a(1-a) + b(1-a) = b^2$

$(1-a)(a+b) = b^2$ ...(II)

Reemplazando (I) y (II) en la expresión P, tenemos:

$\Rightarrow P = \dfrac{(1-b)(a+b)(a-1)}{(1-a)(a+b)(b-1)}$

$P = \dfrac{-(b-1)(a-1)}{-(a-1)(b-1)} = 1$

1. Determina cuántas equivalencias son incorrectas

I. $3^{3/2} = \sqrt{27}$

II. $(8^x)^y = 2^{3xy}$

III. $6^{-1/2} = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$

IV. $\left(y^{x^y}\right)^z = x^{x^{y^z}}$

V. $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

VI. $(x-5)(x+5) = x^2 - 25$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

2. Efectúa: $(2x+8)^2 - (2x-8)^2$

A) $4x^2 + 6x$ B) $2x^2 + 64x + 64$ C) $8x^2$
D) $32x^2$ E) $64x$

3. Reduce: $(a+6)(a-6)(a^2+36) + 6^4$

A) $(a^2+6)(a^2-36)$ B) a^4 C) $a^4 + 36^2$
D) $a^2 + 64$ E) a^8

4. Efectúa: $R = \sqrt{\dfrac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{xy}}$

A) xy B) 2xy C) 2
D) x E) y

5. Sea el polinomio $P(x) = x^3 + 2x + 3$ determina P(P(1))

A) 6 B) 101 C) 201
D) 71 E) 231

6. Si: $P\left(\dfrac{x-1}{3}\right) = 3x + 4$

Determina P(1/3).

A) 10 B) 5 C) 7
D) 13 E) 4

7. Si el polinomio $P(x; y) = 6x^m y^{3m-1} + 3x^{2m}y^7 + 3x^{n-8}$ es homogéneo, determina n/m.

A) 6/5 B) 4/3 C) 12/11 D) 23/4 E) 1

8. Si: $m - n = 3$ y $m^3 - n^3 = 9$
Determina: mn.

A) 1 B) 2 C) –2 D) 4 E) 27

9. Si $P(x) = 3x^2 - ax^{a-3} - 2$, determina P(–1) si el polinomio es completo.

A) a – 2 B) 5 C) –1
D) 3 E) 1

10. Sea el polinomio: $P(x, y) = 13x^m y^n + 3x^{m+5}y^{n-1}$

Calcula n, si: GA (P) = 20
GR(x) = 12

A) 7 B) 9 C) 4
D) 6 E) 10

11. Resuelve y determina el valor de x, si:

$\dfrac{a^{x-4}}{a^{2-x}} = a^7 \div a^{-3}$

A) 10 B) 5 C) 2
D) 8 E) 3

12. Determina x si:

$\sqrt[4]{16^{4-x}} = \sqrt[3]{32}$

A) 5/7 B) 4/7 C) 7/3
D) 1 E) 3/2

13. Determina $x^4 + \dfrac{1}{x^4}$; si: $x + \dfrac{1}{x} = 2\sqrt{3}$

A) 98 B) 100 C) 10
D) 36 E) 1296

14. Indica un factor primo de:

$P(x) = x^3 + 2x^2 - 1$

A) x + 1 B) x – 1 C) $x^2 + 1$
D) x + 2 E) $x^2 + 2$

15. Si la división: $\dfrac{6x^3 + 16x^3 + 25x^2 + Nx + M}{2x^2 + 4x + 5}$ es exacta.

Determina el valor de M + N + S; siendo S la suma de coeficientes del cociente.

A) 14 B) 25 C) 6
D) 20 E) 0



Unidad 2



RECUERDA

Avances en el siglo XVII

Los europeos dominaron el desarrollo de las matemáticas después del renacimiento.

Durante el siglo XVII tuvieron lugar los más importantes avances en las matemáticas desde la era de Arquímedes y Apolonio. El siglo comenzó con el descubrimiento de los logaritmos por el matemático escocés John Napier (Neper); su gran utilidad llevó al astrónomo francés Pierre Simón Laplace a decir, dos siglos más tarde, que Neper, al reducir el trabajo de los astrónomos a la mitad, les había duplicado la vida.

La ciencia de la teoría de números, que había permanecido aletargada desde la época medieval, es un buen ejemplo de los avances conseguidos en el siglo XVII basándose en los estudios de la antigüedad clásica. La obra *Las aritméticas de Diofante* ayudó a Fermat a realizar importantes descubrimientos en la teoría de números. Su conjetura más destacada en este campo fue que no existen soluciones de la ecuación $a^n + b^n = c^n$ con a, b y c enteros positivos si $n > 2$. Esta conjetura, conocida como último teorema de Fermat, ha generado gran cantidad de trabajos en el álgebra y la teoría de números.

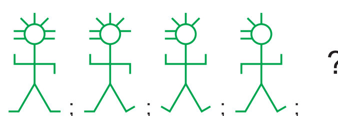
En geometría pura, dos importantes acontecimientos ocurrieron en ese siglo. El primero fue la publicación, en el *Discurso del método* (1637) de Descartes, de su descubrimiento de la geometría analítica, que mostraba cómo utilizar el álgebra (desarrollada desde el renacimiento) para investigar la geometría de las curvas (Fermat había hecho el mismo descubrimiento pero no lo publicó). El *Discurso del método*, junto con una serie de pequeños tratados con los que fue publicado, ayudó y fundamentó los trabajos matemáticos de Isaac Newton hacia 1660. El segundo acontecimiento que afectó a la geometría fue la publicación, por el ingeniero francés Gérard Desargues, de su descubrimiento de la geometría proyectiva en 1639. Aunque este trabajo fue alabado por Descartes y por el científico y filósofo francés Blaise Pascal, su terminología excéntrica y el gran entusiasmo que había causado la aparición de la geometría analítica retrasó el desarrollo de sus ideas hasta principios del siglo XIX, con los trabajos del matemático francés Jean Victor Poncelet.

Reflexiona

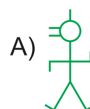
- *Cada cual es una casa de cuatro cuartos, uno físico, uno mental, uno emocional y uno espiritual... si no entramos a diario en cada cuarto, aunque sólo sea para ventilarlo, no seremos personas completas.*
- *Si participas en demasiadas actividades y sientes que has perdido el control de tu vida, descarta las menos importantes y concéntrate en las más esenciales. Empieza a decir que no y dilo sonriendo.*

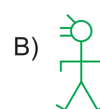
¡Razona...!

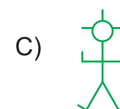
Indica la figura que sigue en:

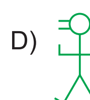


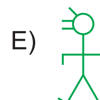
?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: COCIENTES NOTABLES

1 Si la expresión $\frac{x^{12}-1}{x^3-1}$ es equivalente a $(x^m+1)(x^n+1)$, calcula el valor de $E=\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$. Además $(m>n)$.

A) 2 B) 1 C) –1
D) 4 E) $\frac{1}{2}$

2 Al efectuar:
$x^{20}+x^{17}+x^{14}+...+x^8+x^5-\frac{x^{23}-x^2}{x^3-1}$
obtenemos la expresión $-x^n$, entonces podemos afirmar:

A) $\sqrt{n}\in\mathbb{Z}$ B) $\sqrt{n}\notin\mathbb{I}$ C) $n\in\mathbb{Z}$
D) $0<n<2$ E) $n=3$

3 Indica la expresión equivalente a P(x):
$P(x)=x^5-3x^4+9x^3-27x^2+81x-243$

A) $\frac{x^5-3^5}{x+3}$ B) $\frac{x^5+3^5}{x+3}$ C) $\frac{x^5-3^5}{x-3}$
D) $\frac{x^6-3^6}{x+3}$ E) $\frac{x^6+3^6}{x+3}$

4 Sea: $f(n)=2^{10}+2^{11}+2^{12}+...+2^n$, entonces, f(99) es igual a:

A) $2^{90}-1$ B) $2^{90}+1$ C) $2^{90}-2^{10}$
D) $2^{100}-2^{10}$ E) $2^{100}+2^{10}$

5 Calcula $\frac{10^9-1}{999}$ e indica la suma de las cifras del resultado.

A) 5 B) 4 C) 1
D) 2 E) 3

6 Reduce la expresión aplicando cocientes notables e indica el número de términos del cociente.
$\frac{x^{70}+x^{68}+x^{66}+...+x^2+1}{x^{32}+x^{28}+x^{24}+...+x^4+1}$

A) 2 B) 4 C) 3
D) 5 E) 6

7 Calcula:

$$\frac{2^{34}+2^{32}+2^{30}+...+1}{2^{32}+2^{28}+2^{24}+...+1}$$

A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

8 Indica el equivalente de: $\frac{a^5-b^5}{a-b}+\frac{a^5+b^5}{a+b}$

A) $2(a^4+2a^2b^2+b^2)$ B) (a^4+b^4+ab)
C) $2a^4+a^2b^2+b^2$ D) $2(a^4+a^2b^2+b^4)$
E) $2(a^2+b^2+4a^2b^2)$

9 El cociente que dio origen al siguiente desarrollo $x^{135}-x^{130}+x^{125}-...-x^{10}+x^5-1$ es:

A) $\frac{x^{140}-1}{x^5-1}$ B) $\frac{x^{140}+1}{x^5+1}$ C) $\frac{x^{140}-1}{x^5+1}$
D) $\frac{x^{140}+1}{x^5-1}$ E) $\frac{x^{140}\pm 1}{x^5+5}$

10 Si se cumple la siguiente igualdad:

$$2^{26}-2^{24}+2^{22}-2^{20}+...-2^4+2^2-1=\frac{2^{n^3+1}-1}{5}$$

Calcula: $\sqrt[n]{n^2-1}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11 Indica el tercer término del desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{78}-y^{52}}{x^6-y^4}$$

A) $x^{10}y^4$ B) $x^{16}y^8$ C) $x^{60}y^8$
D) x^6y^4 E) $x^{32}y^{16}$

12 En el cociente notable $\frac{x^{xn}-x^n}{x^x-x}$ el décimo término es x^{10x+9}.

Halla $\frac{n+1}{3}$; n: n.º de términos

A) 3 B) 14 C) 12
D) 5 E) 7

13 Calcula el valor de n para que la siguiente división $\frac{x^{n+4}-y^{n-2}}{x^3+y^2}$, sea un cociente notable.

A) 14 B) 10 C) 16
D) 12 E) 6

14 Halla el lugar que ocupa el término de grado 34 en el desarrollo del cociente notable $\frac{x^{60}-y^{30}}{x^4-y^2}$

A) 18 B) 12 C) 10
D) 20 E) 8



Claves

1. E	3. D	5. E	7. C	9. C	11. C	13. A
2. C	4. D	6. B	8. D	10. B	12. E	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Escribe (V) verdadero o (F) falso según corresponda:

I. $\dfrac{x^n + a^n}{x - a}$ es un cociente notable. ☐

II. Del cociente notable:
$\dfrac{x^n - a^n}{x - a}$; $n \in \mathbb{R}$. ☐

III. Cuando el denominador es de la forma $(x - 3)$ todos los términos del cociente notable son positivos. ☐

IV. Si el divisor es de la forma $(x + a)$, cuando n: par; entonces el último término del desarrollo del cociente notable es de signo negativo. ☐

2. El cociente que dio origen al siguiente desarrollo:
$x^{70} + x^{68} + x^{66} + ... + x^2 + 1$ es:

Lo primero para poder identificar los términos adecuados de un cociente notable es expresarlo de otra manera:

$$x^{2.\square} + x^{2.\square}(1)^1 + x^{2.\square}(1)^2 + ... + x^{2.\square}(1)^{34} + (1)^{35}$$

Recordar que $x^{a.b} = (x^a)^b$ lo aplicamos de la sig. manera:

$$(x^2)^{\square} + (x^2)^{\square}(1)^1 + (x^2)^{\square}(1)^2 + ... + (x^2)^{\square}(1)^{34} + (1)^{35}$$

Como observarás, los números en los recuadros van disminuyendo de uno en uno respecto a x^2 y van aumentando respecto a 1; así como está expresada (siendo las bases x^2 y 1) el cociente notable tendrá la forma:

$$\frac{(x^2)^{\square + 1} - (1)^{35+1}}{x^2 - 1}$$

El cociente notable final será: $\dfrac{(x^2)^{\square} - 1}{x^2 - 1}$

Razonamiento y demostración

3. Efectúa y simplifica:

$$\frac{x^{3n}}{x^n - 1} - \frac{x^{2n}}{x^n + 1} - \frac{1}{x^n - 1} + \frac{1}{x^n + 1}$$

A) $x^n + 1$ B) $x^{2n} - 1$ C) $x^n - 1$
D) $x^{2n} + 2$ E) $x^{2n} + 1$

4. El cociente que dio origen al siguiente desarrollo:
$x^{32} + x^{28} + x^{24} + ... + x^4 + 1$ es:

A) $\dfrac{x^{18} - 1}{x^2 - 1}$ B) $\dfrac{x^{16} - 1}{x^2 - 1}$ C) $\dfrac{x^{36} - 1}{x^4 - 1}$
D) $\dfrac{x^{36} + 1}{x^4 + 1}$ E) $\dfrac{x^{27} - 1}{x^3 - 1}$

5. En el cociente notable $\dfrac{x^m - y^{\frac{3m}{2}}}{x^2 - y^3}$, el segundo término es de la forma x^2y^3.

Halla: $\dfrac{m}{2}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

6. Halla la suma de coeficientes del desarrollo de $\dfrac{256x^4 - y^4}{4x - y}$.

A) 81 B) 82 C) 83
D) 84 E) 85

7. Halla el cociente de $\dfrac{(8m^2 + 1)^4 - 16n^{12}}{(8m^2 + 1) + 2n^3}$ e indica el 3.er término.

A) $-4n^6(8m^2 + 1)$ B) $-4n^6(8m^2 - 1)$
C) $4n^6(8m^2 + 1)$ D) $7n^5(8m^2 + 2)$
E) m^2

8. Determina el equivalente de:

$9^{18} - 9^{16} + 9^{14} - ... + 9^2 - 1$

A) $\dfrac{9^{20} - 1}{82}$ B) $\dfrac{9^{20} - 1}{81}$ C) $\dfrac{9^{20} + 1}{82}$
D) 9^{18} E) 1

Resolución de problemas

9. Halla la suma de los exponentes de x; de todos los términos del desarrollo de $\dfrac{x^{35} - 128}{x^5 - 2}$.

A) 101 B) 102 C) 103
D) 104 E) 105

10. Siendo "x^2" como la primera y "a" la segunda base de un cociente notable. En el término de lugar cinco el exponente de x^2 es el cuádruple del exponente de a. Obten la representación general del cociente notable si el signo del divisor es positivo.

A) $\dfrac{x^{42} + a^{21}}{x^2 + a}$ B) $\dfrac{x^{42} - a^{21}}{x^2 + a}$ C) $\dfrac{x^{40} - a^{20}}{x^2 + a}$
D) $\dfrac{x^{30} - a^{10}}{x + a}$ E) $\dfrac{x^8 - a^3}{x + a}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $\dfrac{x^{240} - y^{150}}{x^8 - y^5}$ es un cociente notable. ( )

II. $\dfrac{x^{100} - y^{60}}{x^5 - y^3}$, el grado del último término de su desarrollo es 20. ( )

III. $\dfrac{x^{165} + y^{110}}{x^3 - y^2}$, su cociente es notable. ( )

12. Completa los recuadros en blanco.

	n	t_{10}	t_{15}
$\dfrac{x^{52} - y^{39}}{x^2 - \sqrt{y^3}}$			
$\dfrac{x^m + y^{45}}{x^2 + y^3}$			

Razonamiento y demostración

13. Al dividir $\dfrac{x^a - y^b}{x^2 - y^5}$, se genera un CN cuyo decimosexto término es $x^{10}y^{75}$, calcula $\sqrt{b - a + 1}$.

A) 1 B) 3 C) 8
D) 5 E) $\sqrt{10}$

14. Si el desarrollo de $\dfrac{x^{5n+1} + y^{5n+8}}{x^3 + y^4}$ es un CN, calcula el VN de su término central para $x = \sqrt[3]{2}$; $y = \sqrt[4]{3}$.

A) 72 B) 108 C) –108
D) –216 E) 216

15. Calcula m sabiendo que el antepenúltimo término del CN de la siguiente división $\dfrac{x^{m+1} - y^{5m+5}}{x - y^5}$ es x^2y^{30}.

A) 3 B) 4 C) 6
D) 8 E) 9

16. Calcula el segundo término en el desarrollo $\dfrac{x^3 - y^{12}}{\sqrt{x} + y^2}$.

A) x^2y B) $-x^2y^2$ C) x^3y^4
D) xy^5 E) $-xy$

17. Halla el grado del 4.° término del siguiente cociente notable:

$$\frac{x^{35} - 128}{x^5 - 2}$$

A) 12 B) 8 C) 24
D) 15 E) 14

18. Indica cuántos términos tiene el siguiente desarrollo $\dfrac{x^{4n} - y^{5n}}{x^4 - y^5}$, sabiendo que el término de quinto lugar tiene como grado absoluto 32.

A) 7 B) 5 C) 11
D) 10 E) 8

19. Reconoce el 5.° término del siguiente cociente notable, si se sabe que el 3.° es $x^{36}y^2$.

$$\frac{x^m - y^n}{x^2 - y}$$

A) $x^{30}y^6$ B) $x^{36}y^4$ C) $x^{32}y^4$
D) $x^{32}y^6$ E) $x^{34}y^2$

20. Determina el cuarto término del siguiente cociente notable:

$$\frac{\sqrt[3]{4}^7 - \sqrt[3]{3}^7}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{3}}$$

A) 6 B) 12 C) 18
D) 24 E) 36

21. Calcula la posición del término que tiene por grado a 45 en el CN: $\dfrac{x^{36} - m^{54}}{x^2 - m^3}$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

Resolución de problemas

22. Halla el número de términos en el desarrollo de $\dfrac{x^{np} - y^p}{x^n - y}$, si los grados absolutos de todos los términos van disminuyendo de 3 en 3 y si, además, el t_{40} de su desarrollo tiene GA = 87.

A) 32 B) 42 C) 52 D) 62 E) 72

23. Los términos x^9y; x^3y^3 ocupan los lugares k y k + 2, respectivamente, de un cociente notable y tienen signos positivos. Indica su respectivo cociente notable:

A) $\dfrac{x^{15} - y^5}{x - y}$ B) $\dfrac{x^{15} - y^5}{x^3 - y}$ C) $\dfrac{x^{10} - y^{10}}{x - y}$

D) $\dfrac{x^{15} - y^3}{x^5 - y}$ E) $\dfrac{x^{20} - y^4}{x^5 - y}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Indica correcto (C) o incorrecto (I), según corresponda en base a la siguiente división:

$$\frac{x^{35}-y^{49}}{x^5-y^7}$$

I. Su cociente posee término central. ( )

II. El GR(x) del t_4 de su desarrollo es 15. ( )

III. El número de términos de su cociente coincide con el GR(y) de su divisor. ( )

Razonamiento y demostración

25. Encuentra el sexto término que se obtiene al desarrollar:

$$\frac{x^3+3x^2+3x}{\sqrt[6]{x+1}-1}$$

Utiliza CN.

A) $x+1$ B) $x-1$ C) $(x+1)^2$
D) $(x-1)^2$ E) $\sqrt[6]{x+1}^{\,5}$

26. Calcula a + b + c, si el término central en el desarrollo del CN $\frac{x^a-y^b}{x^3-y^7}$, es x^cy^{231}.

A) 126 B) 721 C) 769
D) 436 E) 94

27. Si la división $\frac{x^{m^2+7}-y^{m+13}}{x^2-y^2}$ origina un cociente notable; indica el valor de m.

A) 3 B) –2 C) 4
D) 5 E) A ∨ B

28. Calcula n – m, si el decimoséptimo término de: $\frac{x^m-y^n}{x^5-y^7}$, es $x^{115}y^{112}$.

A) 80 B) 70 C) 60
D) 50 E) 40

29. Halla el resto de $\frac{x^{81^{5n}}+1}{x^{3^{13n}}+1}$; $n\in\mathbb{N}$.

A) 6 B) 8 C) 0
D) –2 E) 3

30. Si en el CN $\frac{x^{3k+1}-y^{9k-5}}{x^2+y^5}$, el t_6 tiene la forma $-x^{a^2}y^{b^2}$, a y $b\in\mathbb{R}^+$.

Calcula: ab

A) 10 B) 15 C) 18
D) 20 E) 24

Resolución de problemas

31. En el cociente notable que se obtiene de $\frac{x^{am}-x^{bn}}{x^2-x^{-3}}$, el décimo término contado a partir del final es independiente de x. ¿Cuántos términos racionales enteros contiene dicho cociente notable?

A) 3 B) 8 C) 6
D) 23 E) 15

32. Determina el coeficiente de x del quinto término del siguiente CN:

$$\frac{(2x)^{21}-m^{14}}{(2x)^3-m^2}$$

A) 2 B) $8m^2$ C) $16m^7$
D) 32m E) $64m^8$

33. Halla (m + n), si el t_{25} del desarrollo de:

$\frac{x^{129m}-a^{86n}}{x^{3m}-a^{2n}}$ es $x^{270}a^{288}$.

A) 7 B) 11 C) 9
D) 8 E) 12

34. Simplifica:

$$\frac{x^{80}+x^{78}+x^{76}+...+x^4+x^2+1}{x^{40}-x^{39}+x^{38}-...+x^2-x+1}.(x-1)$$

A) x^4+1 B) $x^{41}+1$ C) $x^{40}-1$
D) $x^{41}-1$ E) x^4-1

Claves

NIVEL 1	8. A	15. D	23. B	30. A
1.	9. E	16. B	NIVEL 3	31. C
2.	10. A	17. D	24.	32. E
3. D	NIVEL 2	18. E	25. C	33. B
4. C	11.	19. C	26. C	34. D
5. C	12.	20. B	27. E	
6. E	13. C	21. C	28. A	
7. C	14. D	22. C	29. C	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: FACTORIZACIÓN

1 Factoriza por el método del factor común:
$F(x) = (x-3)(x-2) - (x-2)(1-x) + (1-x)$

A) $(x-2)(x-3)$
B) $(x-3)(2x-3)$
C) $(x+1)(x+2)$
D) $(x+1)(3x-1)$
E) $(x+3)(2x+3)$

2 Indica un factor primo de:
$P(x) = x^3 + x^2 + x - 3$

A) $x-1$
B) $x+1$
C) $x+2$
D) $x^2 - 2x + 3$
E) $x^2 + 2x - 3$

3 Indica un factor primo al factorizar:
$P(a; b) = a^3b + a^2b - a^3 - a^2$

A) $a+2$
B) $a+3$
C) $b-1$
D) $b+2$
E) $b-2$

4 Factoriza:
$R(a; b) = 12a^2b^3 - 30a^3b^2 + 18ab^4 - 42a^4b$ e indica el número de factores primos.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

5 Factoriza:
$(4x + y)^2 - (3x - y)^2$
Indica la suma de sus factores primos.

A) $x + 2y$
B) $7x + 2y$
C) $2x + 2y$
D) $7x + 14y$
E) $8x + 2y$

6 Factoriza:
$m^2(4m^2 - 5) + 1$ e indica el número de factores primos.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

7 Factoriza: $15x^2 + 11x + 2$

Da un valor de **a**, si un factor es $ax + 1$.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

8 Factoriza: $R(x) = 24x^3 - 16x^2 - 8x$ e indica un factor primo.

A) $8x - 3$ B) $3x + 2$ C) $3x - 2$
D) $x - 2$ E) $3x + 1$

9 Factoriza en $\mathbb{Q}$: $10x^4 + x^2 - 2$; e indica un factor.

A) $x^2 + 1$ B) $5x^2 + 2$ C) $2x^2 + 1$
D) $5x^2 + 1$ E) $x^2 - 2$

10 Al factorizar: $P(a; b) = 15a^4 + a^2b - 6b^2$; un factor es $(ma^2 - nb)$. Determina: $m + n$

A) 8 B) 5 C) 4
D) 6 E) 7

11 Factoriza: $P(a) = a^4 - 10a^2 + 9$ e indica el número de factores primos.

A) 5 B) 2 C) 1
D) 3 E) 4

12 Indica un factor primo en $P(x; y) = 9x^2 + 18xy + 8y^2$

A) $x + 2y$ B) $4x + 3y$ C) $3x + 4y$
D) $3x + 3y$ E) $6x + 2y$

13 Luego de factorizar: $P(m; n) = m^2 + 2n^2 + 3mn$; $\{m; n\} \in \mathbb{Z}^+$, indica el factor primo de mayor suma de coeficientes.

A) $m + n$ B) $2m + 3n$ C) $m + 2n$
D) $3m + n$ E) $n + 2m$

14 Factoriza: $(2x + 3y)^2 + 2(2x + 3y) - 15 = 0$ e indica la multiplicación de los términos independientes de sus factores primos.

A) –2 B) –6 C) 6
D) 12 E) –15



Claves

1. B	3. C	5. C	7. B	9. C	11. E	13. C
2. A	4. C	6. D	8. E	10. A	12. C	14. E

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Determina $a^2 + b^2$ en la siguiente factorización efectuada por aspa simple:

$27x^2 - 3x - 14$
$9x \quad\quad b$
$ax \quad\quad 2$

2. Del polinomio:
$S(x; y; z; a) = (x + c)(y + d)(f - a)(a - g)(p - q)(z + p)$

Indique si es correcto o incorrecto las proposiciones:

( ) El polinomio S tiene 6 factores primos.

( ) El poinomio S tiene 5 factores primos.

( ) El polinomio S tiene 4 variables.

A) CCC B) CII C) CIC
D) IIC E) ICC

Razonamiento y demostración

3. Factoriza $P(a; b; c) = 2a^3bc - 18ab^3c$
Luego indica la suma de los factores primos.

A) $a + b + c$ B) $3a + b + c$
C) $3(a + b + c)$ D) $3a - b + c$
E) $a - b + c$

4. Factoriza $P(x; y) = x^2y^2 + x^2y + xy^2 + xy$
Señala el número de factores primos.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

5. Factoriza $2xz - y^2 + x^2 + z^2$ e indica la suma de sus factores primos.

A) $2y + 2z + 2x$ B) $2y + z$
C) $x + y$ D) $2x + 2z$
E) $2z + x$

6. Factoriza $Q(x) = 6x^2 - x - 15$
Da como respuesta la suma de los factores primos.

A) $3x - 5$ B) $2x + 3$
C) $6x + 2$ D) $5x - 2$
E) $5x - 3$

7. Indica el número de factores primos de:
$P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

A) 4 B) 2 C) 1
D) 3 E) 5

8. Factoriza
$P(a; b; c) = a^3b - 4a^2b + ac - 4c$ e indica uno de sus factores primos.

A) $2a - 3$ B) $3a + 4$
C) $3a - 4$ D) $a^2b + c$
E) $ab + c$

Resolución de problemas

9. Indica el producto de la suma de sus coeficientes de sus factores primos al factorizar $(x - 1)(x + 2) - 4$

A) -1 B) 3 C) 2
D) 5 E) -4

10. Determina el cuadrado de la suma de sus factores primos:

$B(a; b) = a^3 + b^3 - ab(a + b)$

A) $4a^2$ B) $3a^2$ C) $-4a^2$
D) a^2 E) $-a^2$

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Señala el valor de verdad en cada caso:

I) $x + y$ es un factor de $x^7 + y^7$.

II) $x - y$ es un divisor de $x^7 - y^7$.

III) $2x - z$ es un factor de $(x + y + z)(x - y + z) - (x + y)(x - y)$.

12. Indica verdadero(V) o falso (F):

Sea: $R(x) = yx^3 - y$

( ) Tiene 3 factores primos.

( ) Tiene un factor primo que es y.

( ) $(x^2 + x - 1)$ es un factor primo de R(x).

Razonamiento y demostración

13. Factoriza:
$B(x; y) = (a + b)x - (a + b)y - a - b$;
indica un factor primo.

A) $a + b$ B) $x + y$ C) $x - y$
D) $x - y - 1$ E) $x - y + 1$

14. Factoriza: $P(a) = a^2 - ab - b - 1$; da un factor primo.

A) $a + 1$ B) $a - b + 1$
C) $a + b - 1$ D) $a + b - 1$
E) $a - 1$

15. Factoriza: $Q(a; b) = a^2b^2 + 2ab^2 + b^2$

e indica el factor primo de menos términos.

A) b^2 B) $a + 1$ C) $b - 1$
D) b E) $a - 1$

16. Factoriza P(x; y) e indica un factor primo en $\mathbb{Q}$.

$P(x; y) = 10x^4 + 7x^2y^2 - 12y^4$

A) $2x^2 + y^2$ B) $2x^2 + 3y^2$
C) $5x^2 - 2y^2$ D) $5x^2 + 3y^2$
E) $2x^2 - y^2$

17. Factoriza $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$; indica el n.º de factores primos.

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

18. Factoriza $P(a; b) = ab^2 + ac^2 + bc^2 + a^2b$ e indica un factor primo.

A) $b + c$ B) $a + c^2$
C) $b + c^2$ D) $ac + b^2$
E) $ab + c^2$

Resolución de problemas

19. Factoriza e indica como respuesta el término independiente de uno de los factores primos.
$A(m; n) = (2m + n + 1)^2 - (2n + m - 1)^2$

A) 1 B) 2 C) -2
D) 13 E) 3

20. Factoriza:
$E(a; b) = (ab)^3b - (ab)^2b - (ab)^2b^3 + ab^4$;
el cuadrado del término independiente de uno de sus factores primos es:

A) 1 B) -1 C) 2
D) 3 E) 0

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Encuentra aquel paso incorreto realizado en el proceso de factorización del polinomio:
$a^5b-2a^3bc^2+abc^4+abc^3+a^2bc^2-2a^2bc^2-2a^3bc+a^3bc+a^4b$

I. Extrayendo factor común:
$ab(a^4-2a^2c^2+c^4+c^3+ac^2-2c^2a-2ca^2+a^2c+a^3)$

II. Agrupando convenientemente:
$ab[(a^4-2a^2c^2+c^4)+(c^3-2c^2a+a^2c)+(ac^2-2ca^2+a^3)]$

III. Extrayendo el factor "c" y el "a" en el segundo y tercer grupo, respectivamente, el primer grupo es un trinomio cuadrado perfecto.
$ab[(a^2-c^2)^2+c(c^2-2ca+a^2)+a(c^2-2ca+a^2)]$

IV. Factorizando cada paréntesis:
$ab[(a+c)^2(a-c)^2+(a-c)^2(c+a)]$

V. Extrayendo factores comunes:
$(a+c)(a-c)^2ab(a+c)(a-c)^2(a+c+1)$

A) I B) II C) III D) IV E) V

22. Completa la siguiente secuencia de resolución:
Factoriza: $T=4(x+8)^2-(x+6)^2+6x+60$
Resolucion:

Factorizando "6" en los dos últimos términos:

$T=4(x+8)^2-(x+6)^2+6(x+\square)$

Haciendo el siguiente cambio de variable: $x+7=a$

$T=4[(x+7)+1)^2-[(x+7)-1)^2+6[(x+7)+\square]$

$T=4(\square+1)^2-(\square-1)^2+6(\square+\square)$

Operando los binomios al cuadrado y aplicando la propiedad distributiva en el último factor:

$T=4(\square^2+2\square+1)-(\square^2-2\square+1)+6\square+6\square$

Operando produciendo términos semejantes:

$T=4\square^2+8\square+4-\square^2+2\square-1+6\square+6\square$

Agrupando convenientemente:

$T=(4\square^2-\square^2)+8\square+2\square+6\square+(4-1+6\square)$

$T=3\square^2+(8+2+6)\square+\square$

$T=(3\square^2+7\square)+(9\square+\square)$

Factorizando $\square$ y 3 en el 1.er y 2.° paréntesis, respectivamente.

$T=\square(3\square+7)+3(3\square+\square)$

$T=(\square+\square)(3\square+\square)$

Reponiendo el cambio de variable:

$\therefore\ T=(x+\square)(\square x+\square)$

Razonamiento y demostración

23. Factoriza: $F(x)=8x^3-24x^2+18x$

Da como respuesta el número de factores primos.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

24. Indica el número de factores primos de a^8-b^8.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25. Factoriza: $(2xz-1)^2-(x+2z)^2+8xz$
La suma de sus factores primos es:

A) 5 B) $2z+x$ C) $2xz-3$
D) $8x+3$ E) $4z+2x$

26. Calcula m, si al factorizar $7x^2-41x-6$ se obtiene el factor primo $(mx+1)$.

A) 2 B) 5 C) 7 D) 8 E) 6

27. Factoriza: $(4x+y)^2-(x+3y)^2$

Indica un factor primo.

A) $3x+2y$ B) $5x+4y$ C) $5x+2y$
D) $3x+y$ E) $5x-3y$

28. ¿Cuántos factores primos tiene:
$P(a;b)=a^7b^5-a^3b^9$?

A) 4 B) 5 C) 7
D) 6 E) 3

Resolución de problemas

29. Factoriza e indica como respuesta aquel factor primo de menor suma de coeficientes del polinomio:

$C(a;b)=27a^6-728a^3b^3-27b^6$

A) $3a-b$ B) $a-3b$ C) $a+3b$
D) $3a+b$ E) 2

30. Luego de factorizar, indica el número de factores lineales:
$B(m;n;p)=mn(m-n)-mp(m-p)+np(n-p)$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Claves

NIVEL 1	**7.** A	**13.** D	**20.** A	**26.** C
1.	**8.** D	**14.** A	**NIVEL 3**	**27.** B
2. E	**9.** E	**15.** D	**21.** E	**28.** B
3. B	**10.** A	**16.** B	**22.**	**29.** B
4. C	**NIVEL 2**	**17.** A	**23.** B	**30.** A
5. D	**11.**	**18.** E	**24.** D	
6. D	**12.**	**19.** B	**25.** E	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: MCD-MCM Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1 Encuentra el MCD de las tres expresiones:

$x^2 + 9x$; $x + 12x^2$; $x^3 + 18x$

A) $x + 3$ B) $3x$ C) x
D) $3(x + 1)$ E) $2x$

2 Halla el MCD de las siguientes expresiones:

$a^{-1}x^{n-1}$; $b^{-1}x^{n-2}$; $c^{-1}x^{n-3}$

A) $abcx^n$ B) $\frac{x^n}{abc}$ C) x^{n-3}
D) x^{n-2} E) x

3 Encuentra el MCD de las expresiones:

$2x^4 + 8x$; $4x - 2x^3$; $2x^2 + 4x$

A) $2(x + 2)$ B) $2x$ C) $2x(x + 2)$
D) $x - 2$ E) $2x^2$

4 Reduce:

$$A = \frac{ab + b^2}{ab} + \frac{ab - b^2}{ab - a^2}$$

A) $-\frac{a}{b}$ B) $-\frac{b}{a}$ C) $\frac{a}{b}$
D) $\frac{b}{a}$ E) 1

5 Efectúa:

$$E = \frac{11a - 7b}{7b - 11a} + \frac{2x - 3y}{-3y + 2x} + \frac{x + y}{x^2 - y^3} + \frac{x + y}{y^3 - x^2}$$

A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

6 Efectúa:

$$E = \left(\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 6x + 8} \cdot \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 10x + 21}\right) : \frac{x + 5}{x - 7}$$

A) x B) x^{-1} C) 1
D) 2 E) 3

7 Efectúa:

$$R = \frac{a^3}{a+1} + \frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$$

A) $a^2 + 2$ B) $a - 2$ C) $a + 1$
D) $a^2 - 2$ E) $a^2 + 1$

8 Reduce:

$$E = \left(\frac{b}{a} + 1\right)\left(1 - \frac{b}{a+b}\right)$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9 Simplifica:

$$R = \frac{ac - bc + a - b}{ad - bd - a + b}$$

A) $\frac{c+1}{d+1}$ B) $\frac{c+1}{d-1}$ C) $\frac{1}{d-1}$
D) $\frac{1}{d+1}$ E) $c + 1$

10 Halla a y b, si:

$$\frac{4x-7}{x^2-3x+2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$$

A) 3 y 1 B) 2 y 3 C) 1 y 2
D) 1 y – 1 E) –3 y –1

11 Efectúa:

$$A = \frac{x^3 - x^2y + xy^2}{7x^4 + 7xy^3}$$

A) $\frac{1}{7(x+y)}$ B) $\frac{2}{x+y}$ C) $\frac{3}{x+y}$
D) $\frac{-1}{x+y}$ E) $\frac{-3}{7x+7y}$

12 Calcula:

$$E = \frac{x+y+5z}{x+y+z} + \frac{5x+y+z}{x+y+z} + \frac{5y+x+z}{x+y+z}$$

A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3

13 Efectúa:

$$M = \frac{a^2-b^2}{ab} - \frac{ab-b^2}{ab-a^2} - \frac{a}{b}$$

A) 0 B) $\frac{b}{a}$ C) $-\frac{a}{b}$
D) $-\frac{b}{a}$ E) $\frac{a}{b}$

14 Simplifica:

$$\frac{x^2-2x-3}{x-3}$$

A) x B) $x - 1$ C) $x + 1$
D) $x^2 + 1$ E) 1



Claves

1. C 3. B 5. E 7. A 9. B 11. A 13. A
2. C 4. E 6. C 8. A 10. A 12. A 14. C

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa los términos que faltan para llegar a la solución.
Efectúa:

$$Z = (x^2 + 2x - 63)(x^2 - 2x - 35)^{-1}$$

- La fracción algebraica Z se puede expresar como:

$$Z = \frac{x^2 + 2x - 63}{x^2 - 2x - 35}$$

- Factorizando tanto el numerador como el denominador mediante el aspa simple:

$$Z = \frac{\begin{matrix} x^2 + 2x - 63 \\ x \quad \square \\ x \quad \square \end{matrix}}{\begin{matrix} x^2 - 2x - 35 \\ x \quad \square \\ x \quad \square \end{matrix}} = \frac{(x + \square)(x + \square)}{(x + \square)(x + \square)}$$

$$\therefore \; Z = \frac{x + \square}{x + \square}$$

2. Qué proposición(es) es(son) verdadera(s):

I. El MCD de:
$T(a; b; c) = a^2b^{20}c^{10}$
$W(h; b; c) = h^3b^7c^{80}$ es a^2h^3.

II. El grado del MCM de:
$A(\alpha) = (\alpha + 1)^7(\alpha^3 - 3)$ y $B(\alpha) = \alpha^3 + 1$; es 12.

III. El MCD de:
$M(t) = t^4 + t^2 - 27t^2 - 27$ y $N(t) = t^4 - 1$; es $(t^2 - 27)$.

A) Solo I B) I y II C) I y III
D) Solo II E) Solo III

Razonamiento y demostración

3. Calcula:

$$\frac{(x : x^2)}{(x^3 : x^4)} : \frac{(x^5 : x^6)}{(x^7 : x^8)}$$

A) x B) x^{10} C) x^{36} D) 1 E) –1

4. Simplifica:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$$

A) $\frac{x-3}{x+2}$ B) $\frac{x+3}{x-2}$ C) $\frac{x+3}{x+2}$
D) $\frac{x-2}{x+3}$ E) 1

5. La forma más simple de la expresión siguiente:

$$\frac{a^{10} + a^8 + a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^4 + a^2 + 1} \text{ es:}$$

A) $a^4 + a^2 + 1$ B) $a^6 + 1$ C) $a^2 + a + 1$
D) $a^3 + 1$ E) $a^6 - 1$

6. Efectúa:

$$\frac{a}{b}\left(a : \frac{b}{c} - b : \frac{a}{c}\right) : \frac{c}{b}$$

A) $\frac{ab}{c}$ B) $\frac{a^2 - b^2}{b}$ C) 1
D) $a^2 - b^2$ E) $\frac{a}{bc}$

7. Reduce:

$$E = \frac{a^2 - b^2}{ab} - \frac{ab - b^2}{ab - a^2}$$

A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) 1
D) 0 E) b

8. Simplifica:

$$M = \frac{1 + \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2}{1 - \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2} \cdot \left(\frac{2x}{x + \frac{1}{x}}\right)$$

A) 1 B) 2x C) x
D) 4x E) x^2

9. Simplifica:

$$\frac{(x^6 - 1)(x + 1)}{(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)}$$

A) x + 1 B) x – 1 C) x + 2
D) x – 2 E) 1

10. Simplifica:

$$S = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 8}$$

A) $\frac{x-3}{x+4}$ B) $\frac{x+4}{x-3}$ C) $\frac{x+1}{x-1}$
D) $\frac{x+2}{x-2}$ E) $\frac{x+4}{x+3}$

11. Simplifica:

$$E = \frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1}$$

A) x B) 1 C) x – 1
D) x + 1 E) x^2

12. Simplifica:

$$E = \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 2x - 8}$$

A) $\frac{x+1}{x-2}$ B) $\frac{x+3}{x-2}$ C) $\frac{x}{2}$
D) $\frac{x+3}{x+2}$ E) $\frac{x+3}{x+4}$

Resolución de problemas

13. El MCD de $A(x) = 2x^2 - x - 1$ y $B(x) = 2x^2 + 3x + 1$; es $(mx + 1)$. Halla m^2.

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

14. Halla el MCD de los polinomios:

$P(x) = (2x + 7)^4(x - 1)^2(3x - 1)$

$Q(x) = (2x - 1)^5(3x - 1)^2(x - 1)^2$

A) $(x - 1)^2$ B) $(2x - 1)^5$
C) $(3x - 1)^2(x - 1)^2$ D) $(3x - 1)(x - 1)^2$
E) $(2x - 1)^5(x - 1)^2$

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. El manuscrito misterioso

A continuación se ha escrito un concepto en clave. ¿Puede decifrarlo? Ten en cuenta que cada casilla que tiene un número representa a una letra del alfabeto. 1 = A; 2 = B,... No considere (Ñ, LL, CH).

5 1 21 1 24 16 5 15 5

13 25 18 15 15 19 5

3 14 20 14 1 15 15 6 20 18

21 21 13 18 5 5 15 5

5 5 14 15 15 1

24 5 15 5 1 5 2 9 1

Este concepto se refiere al: ______________________

16. Memoria

Memorice el texto por 2 minutos, tápalo y completa las palabras que faltan en el texto más abajo.

El máximo común divisor de dos o más expresiones algebraicas es la expresión de mayor grado posible contenida como factor, un número entero de veces en dichas expresiones.

El ____________ de dos o más expresiones algebraicas es la expresión de ______________ grado posible contenida como __________, un número _____________ en dichas expresiones.

Razonamiento y demostración

17. El valor de la expresión:

$\dfrac{x^3 - a^3}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$, para $x = a$, es:

A) $2a^2$ B) $6a^2\sqrt{a}$ C) 0
D) a E) –a

18. Al simplificar la expresión:

$$\frac{(x-1)^2}{x} - \frac{(x+1)^2}{x} + \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} + x + 5$$

se obtiene:

A) 2x B) 1 C) x – 1 D) x + 1 E) 0

19. Reduce la expresión:

$$\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} + \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1}$$

A) 2 B) 2x C) 1 D) x E) $x^6 + 1$

20. Reduce la expresión:

$$M = \left[\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-5}{x+4}\right](x^2 + 3x - 4)$$

A) 12x + 3 B) 12x C) 12x – 3
D) 3 E) 24x

21. Reduce:

$$E = \left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1}\right)\left(\frac{x^2 - 1}{2x^2 + 2}\right)$$

A) x – 1 B) x + 1 C) x
D) 1 E) 2

22. Simplifica:

$$K = \frac{x}{a^2 - ax} + \frac{a + x}{ax} + \frac{a}{ax - x^2}$$

A) $\dfrac{a}{x(a+x)}$ B) $\dfrac{2a}{x(a-x)}$ C) $\dfrac{2a}{x-a}$
D) $\dfrac{a}{x(x+3)}$ E) $\dfrac{a}{x}$

23. Halla el MCM de:

$P(x) = 2x^3 - 8x$
$Q(x) = 3x^4 + 3x^3 - 18x^2$
$R(x) = 2x^5 + 10x^4 + 12x^3$

A) $6(x + 3)(x^2 - 4)x^3$ B) $6(x + 3)(x + 2)$
C) $6(x - 2)(x + 3)$ D) $6(x^2 - 4)$
E) x^3

24. Si: $\dfrac{2}{x+2} + \dfrac{5}{x+3} = \dfrac{ax + b}{(x+2)(x+3)}$

Calcula: A = ab

A) 112 B) 114 C) 116 D) 118 E) 119

25. Efectúa: $E=\dfrac{2x-15}{x-5}+\dfrac{x-2}{5-x}+\dfrac{3x-7}{x-5}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

26. Simplifica $A=\dfrac{1}{(a-1)^2}+\dfrac{2}{(a-1)^3}+\dfrac{2}{(a-1)^4}$

e indica el numerador.

A) a^2+2 B) a^2-2 C) $a-1$
D) $a+2$ E) a^2+1

27. Halla el MCM de:
$A(x)=(2x-1)(4x+3)^3(x-1)^2$
$B(x)=(3x+1)(x-1)^5(4x+3)^2$; e indica un factor.

A) $3x+2$ B) $(x-1)^2$ C) $2x+1$
D) $4x$ E) $2x+3$

28. Calcula el MCD de los siguientes polinomios:
$A(x)=x^2+3x-10$
$B(x)=x^4-25x^2$
$C(x)=x^3+4x^2-5x$

A) $x+5$ B) $x-2$ C) x
D) $x-1$ E) x^2

NIVEL 3

Comunicación matemática

29. El manuscrito misterioso

A continuación se ha escrito un concepto visto en clase. ¿Puedes decifrarlo? Ten en cuenta que cada casilla que tiene un número representa una letra del alfabeto: 1 = A; 2 = B,... No considere (Ñ; LL; CH).

5 17 5 12 24 18 19 14 4

5 18 18 15 16 9 5 21

3 20 5 14 21 21 5 15

5 5 15 4 5 5 15 15

6 3 18 1 19 15 1

24 19 15 19 1 5 1 1

Este concepto se refiere al: ______________________

30. Verifique las relaciones verdaderas o falsas, según corresponda:

( ) De los monomios: $A(x;y;z)=28x^3y^5z^7$
$B(x;y;z)=42x^8y^5z^2$
$C(x;y;z)=70x^4yz^9$
El $MCD(A;B;C)=14x^3yz^7$

( ) De los monomios: $A(a;b;c)=4a^{10}b^7c^8$
$B(a;b;c)=3a^3b^6c^2$
$C(a;b;c)=2a^5b^{12}c^7$
El $MCM(A;B;C)=12a^3b^6c^2$

( ) Considerando los polinomios:
$P(m)=3(m-1)$
$Q(m)=5(m^2+m+1)$ y
$R(m)=15m^3-15$
Se concluye:
$MCD(P;Q;R)=1$ y
$MCM(P;Q;R)=15(m-1)(m^2+m+1)$

A) FFF B) FVF C) FFV D) VVF E) VFV

Razonamiento y demostración

31. Reduce la expresión:

$$A=\left[\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right]\left[\frac{3}{4x}+\frac{x}{4}-x\right]$$

A) 0 B) $\dfrac{3-16x}{4}$ C) 3
D) $\dfrac{3-16x}{3}$ E) 6

32. Halla el equivalente a la expresión:

$$E=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{m}}}$$

A) $\dfrac{m+2}{m+1}$ B) $\dfrac{m+1}{m+2}$ C) $\dfrac{3m+1}{m+2}$
D) $\dfrac{2m+1}{3m+2}$ E) $\dfrac{3m+2}{2m+1}$

33. Reduce:

$$R=\left(\frac{9x^2}{y^2}-1\right)\left(\frac{6x}{3x-y}-2\right)\left(\frac{y}{3x+y}\right)$$

A) 1 B) 2 C) 0
D) $\dfrac{x}{y}$ E) $\dfrac{y}{x}$

34. Simplifica: $S=\dfrac{8}{(x^2+3)(x^2-1)}+\dfrac{2}{x^2+3}+\dfrac{1}{x+1}$

e indica el denominador.

A) $x+1$ B) x C) $x+2$
D) $x-1$ E) $x-2$

35. Simplifica: $M=\dfrac{3(x^2+x-2)}{x^2-x-2}-\dfrac{3(x^2-x-2)}{x^2+x-2}-\dfrac{8x}{x^2-4}$

indica el numerador.

A) 4x B) 2x C) 6x
D) x E) 1

36. Simplifica: $F(x)=\dfrac{x^5+3x^4+x^3-2x+3x^2-6}{x^5-5x^4+x^3-5x^2-2x+10}$

y da como respuesta la suma de los términos independientes del numerador y denominador.

A) –1 B) 2 C) –3
D) –2 E) 3

37. Simplifica la expresión:

$$E=\frac{x^2+2x-3}{2x^2-x-1}+\frac{x^2-4}{2x^2+5x+2}$$

A) x – 1 B) 2 C) x
D) 1 E) x + 1

38. Reduce: $E=\left(\dfrac{1}{3x+3}+\dfrac{1}{2x-2}+\dfrac{1}{x^2-1}\right).(x-1)$

y da como respuesta la diferencia del denominador y el numerador.

A) 2 B) x C) x – 1
D) x + 1 E) x + 3

Resolución de problemas

39. Si x^2-x-6 es el MCD de los polinomios:
$P(x)=2x^4-3x^3+x^2+Ax+B$
$Q(x)=3x^4-7x^3+Mx+N$

Halla: AN + BM

A) –217 B) –216 C) 215
D) 210 E) 110

40. Reduce:

$$S=\frac{1+\dfrac{x+y}{x-y}}{1+\dfrac{x-y}{x+y}}$$

y da como respuesta la suma del numerador y el denominador.

A) x B) 2x C) y
D) 2y E) x + y

41. El $MCM(P(x); Q(x))=x^3-x^2-4x+4$ y su $MCD(P(x); Q(x))=x^2+x-2$.
Halla P(x) . Q(x) e indica la suma de sus coeficientes.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 0 E) 5

42. Reduce:

$$N=\left(\frac{x^2+x-2}{x^2-x-20}\right)\left(\frac{x^2+5x+4}{x^2-x}\right):\left[\left(\frac{x^2+3x+2}{x^2-2x-15}\right)\left(\frac{x+3}{x^2}\right)\right]$$

y da como respuesta la suma del numerador y el denominador.

A) x + 1 B) x C) x^2-3
D) 2x +1 E) 0

43. Simplifica:

$$M=\frac{1+\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^2}{1-\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^2}\cdot\left[\frac{2x}{x+\dfrac{1}{x}}\right]$$

A) $\dfrac{1}{x}$ B) 2x C) $-\dfrac{1}{x}$
D) x^2 E) x

44. Reduce:

$$E=\frac{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+a^2)}{ab(x^2-y^2)+xy(a^2-b^2)}$$

e indica el denominador.

A) ax + by B) bx + ay C) ax – by
D) bx – ay E) by – ax

45. Simplifica:

$$A=\frac{x^{3n}}{x^n-1}-\frac{x^{2n}}{x^n+1}-\frac{1}{x^n-1}+\frac{1}{x^n+1}$$

A) x^n B) $x^{2n}+2$ C) x^1-1
D) x^n-1 E) x^{2n}



Claves

NIVEL 1
1. D
2.
3. D
4. A
5. B
6. B
7. A
8. C
9. A
10. A
11. D
12. B

NIVEL 2
13. C
14. D
15.
16.
17. B
18. A
19. B
20. A
21. D
22. B
23. A
24. A
25. D
26. E
27. B
28. A

NIVEL 3
29.
30. C
31. C
32. E
33. B
34. D
35. A
36. D
37. D
38. C
39. B
40. B
41. D
42. A
43. E
44. C
45. B

Aplicamos lo aprendido





TEMA 4: RADICACIÓN – RACIONALIZACIÓN

1 Racionaliza: $\frac{3}{\sqrt[7]{2}}$

A) $\frac{5}{2}\sqrt[7]{4}$ B) $\frac{4}{3}\sqrt[7]{2}$ C) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{64}$
D) $1,5\,\sqrt[7]{64}$ E) 2

2 Racionaliza: $\frac{12}{\sqrt[3]{3}}$

A) $4\sqrt[3]{3}$ B) $4\sqrt[3]{27}$ C) $2\sqrt[3]{3}$
D) $6\sqrt[3]{3}$ E) $4\sqrt[3]{9}$

3 Racionaliza: $\frac{7}{\sqrt[7]{2}}$

A) $\frac{7(\sqrt[7]{64})}{2}$ B) $\frac{(7\sqrt[7]{32})}{2}$ C) $\sqrt[7]{32}$
D) $\frac{7(\sqrt[7]{16})}{2}$ E) $\sqrt[7]{8}$

4 Efectúa:
$R=\sqrt{31+2\sqrt{150}}-\sqrt{6}$

A) 6 B) 7 C) 10
D) 15 E) 5

5 Efectúa:
$S=\sqrt{84-2\sqrt{243}}+\sqrt{3}$

A) 9 B) 7 C) 6
D) 3 E) 17

6 Efectúa:
$A=\sqrt{8-2\sqrt{7}}-\sqrt{7}$

A) –1 B) 1 C) 2
D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

7 Reduce:

$S = \sqrt{28 - 2\sqrt{75}} + \sqrt{3}$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 0 E) 8

8 Efectúa:

$M = \left[\sqrt{10 + \sqrt{84}} - \sqrt{7}\right]2\sqrt{3}$

A) 3 B) 6 C) 1
D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

9 Calcula:

$A = \sqrt{7 + \sqrt{24}} - \sqrt{6}$

A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{3}$ E) 1

10 Efectúa:

$R = \sqrt{7 - \sqrt{24}} - \sqrt{6} + 3$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 8 E) 2

11 Efectúa:

$M = \sqrt{11 + \sqrt{120}} - \sqrt{6}$

A) $\sqrt{5}$ B) 5 C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{12}$ E) 2

12 Calcula:

$B = \dfrac{\sqrt[3]{8} + \sqrt{36} + \sqrt[3]{64}}{\sqrt{100} + \sqrt{4} - \sqrt[3]{27}}$

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1
D) 4 E) $\frac{4}{3}$

13 Simplifica:

$Q = \dfrac{1}{x - y}\sqrt{x^2 - y^2}$

A) $\sqrt{x - y}$ B) $\sqrt{\dfrac{x + y}{x - y}}$ C) $\sqrt{x^2 - y^2}$
D) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ E) $\sqrt{\dfrac{x - y}{x + y}}$

14 Efectúa:

$E = \sqrt{10 - \sqrt{84}} + 2\sqrt{3}$

A) $\sqrt{7} - \sqrt{3}$ B) $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ C) $\sqrt{3} - \sqrt{7}$
D) $\sqrt{7} + 1$ E) $\sqrt{3} - 1$



Claves

1. D 2. E 3. A 4. E 5. A 6. A 7. C 8. B 9. E 10. E 11. A 12. E 13. B 14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda en:

( ) $2\sqrt{x}=\sqrt{4x}$; $\forall\ (x>0)$

( ) $\sqrt{12y^3}=2y\sqrt{3y}$; $\forall\ (y>0)$

( ) $\dfrac{x}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}$; $\forall\ (x>0)$

A) VVV B) VFV C) FVF
D) FFF E) FVV

2. Indica correcto (C) o incorrecto (I), según corresponda en:

( ) $\sqrt{5+2\sqrt{4}}$ es un radical doble.

( ) $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$ es un radical doble.

( ) $\sqrt{(-5)^2}=-5$

A) IIC B) ICC C) ICI
D) III E) CCC

Razonamiento y demostración

3. Racionaliza: $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}}$

A) $\sqrt[5]{5}$ B) $\sqrt[3]{125}$ C) 1

D) $2\sqrt[3]{25}$ E) $\dfrac{\sqrt[5]{3}}{5}$

4. Racionaliza: $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$

A) $3\sqrt{2}$ B) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ C) $2\sqrt[3]{2}$

D) $\sqrt[3]{4}$ E) $\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$

5. Transforma a radical simple:

$P=\sqrt{18-2\sqrt{32}}$

A) $2-\sqrt{2}$ B) $2+\sqrt{2}$ C) $4+\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) $4-\sqrt{2}$

6. Transforma a radical simple:

$A=\sqrt{27-2\sqrt{50}}$

A) $5-\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}-3$ C) $\sqrt{6}+\sqrt{3}$
D) $3+\sqrt{5}$ E) $\sqrt{5}+4$

7. Efectúa:

$$\frac{1}{a^2-1}\left[\frac{a+\sqrt{a^2-1}}{a-\sqrt{a^2-1}}-\frac{a-\sqrt{a^2-1}}{a+\sqrt{a^2-1}}\right];a\in\mathbb{Z}^+$$

Indica el numerador entero.

A) 2a B) 4a C) a
D) a^4 E) a^2

8. Descompón: $\sqrt{30+\sqrt{704}}$ en suma de radicales simples:

A) $\sqrt{22}+\sqrt{8}$ B) $\sqrt{14}+\sqrt{5}$
C) $\sqrt{8}+\sqrt{21}$ D) $\sqrt{10}+\sqrt{20}$
E) $\sqrt{11}+\sqrt{19}$

Resolución de problemas

9. Sabiendo que la expresión:

$$\sqrt{\frac{16+5\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}}}$$

es equivalente a la forma $(a+\sqrt{b})$, calcula: $B=a^2+b^2$

A) 61 B) 43 C) 56
D) 53 E) 46

10. Calcula a + b, si a la expresión:

$$E=\left[\frac{a+b\sqrt{2}}{2b-\sqrt{2}\,b+(\sqrt{2}-1)a}\right]^2$$

se le puede dar la forma de: $a+\sqrt{b}$ (donde a y b son enteros positivos).

A) 17 B) 12 C) 11
D) 19 E) 15

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. El manuscrito misterioso

Se presenta a continuación un concepto en clave; ¡descífralo! Ten en cuenta que cada casilla que tiene un número representa a una letra del alfabeto: 1 = A; 2 = B, ... No considerar: Ñ , Ll, Ch.

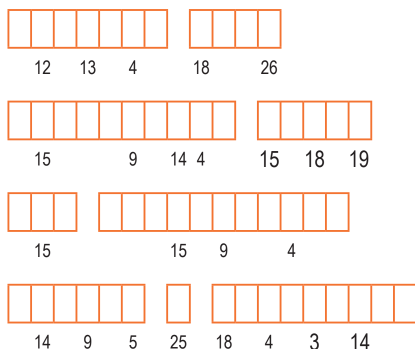
19

17 5 12 16 18 3

20 13 20 1 21

15 19 20 5 20 14 18

14 24 16 19 15



12. Escribe mayor que ($>$) o menor que ($<$), según corresponda:

I. $\sqrt{7+\sqrt{48}}$ ☐ $\sqrt{28+\sqrt{350}}$

II. $\sqrt{19+\sqrt{192}}$ ☐ $\sqrt{12+\sqrt{108}}$

III. $\sqrt{6-\sqrt{32}}$ ☐ $\sqrt{18-\sqrt{128}}$

IV. $\sqrt{11-\sqrt{72}}$ ☐ $\sqrt{27-\sqrt{200}}$

Razonamiento y demostración

13. Racionaliza: $\dfrac{16}{\sqrt[6]{2}}$

A) $8\sqrt[6]{8}$ B) $8\sqrt[6]{4}$ C) $\sqrt[6]{32}$
D) $4\sqrt[6]{32}$ E) $8\sqrt[6]{32}$

14. Luego de racionalizar la expresión:

$$\frac{1}{(a+b)-\sqrt{2ab}}$$

indica su denominador.

A) $a-b$ B) $a+b$ C) a^2-b^2
D) a^2+b^2 E) ab

15. Si: $\dfrac{4}{\sqrt{2003}+n}=\sqrt{2007}-\sqrt{2003}$

Calcula: $\sqrt[3]{\dfrac{n^2-7}{2}}$

A) 5 B) –10 C) 10
D) 20 E) 2

16. Efectúa:

$$E=\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{2}$$

A) 1 B) –1 C) 0
D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

17. Efectúa:

$$M=\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\sqrt{3}$$

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{2}$
D) 0 E) 1

18. Efectúa:

$$E=\sqrt{11+2\sqrt{24}}-\sqrt{3}$$

A) 8 B) 4 C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{2}$

Resolución de problemas

19. Si se cumple:

$$\sqrt{5x-2+2\sqrt{6x^2-7x-3}}=\sqrt{ax+b}+\sqrt{cx-a}$$

de modo que $\{a; b; c\}\subset\mathbb{N}$.

Calcula: $a+b+c$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

20. Si:

$$\frac{3+4\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$$

Además: $a>b>c$, calcula: c^b+a

A) 36 B) 38 C) 32
D) 42 E) 48

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Correlaciona con sus respectivas respuestas las siguientes proposiciones:

I. $\dfrac{10}{\sqrt[10]{x^2}}$ • • $10\sqrt[10]{x^7}$

II. $\sqrt{7-\sqrt{40}}$ • • $\sqrt{10}+\sqrt{5}$

III. $\dfrac{10}{\sqrt[3]{2}+1}$ • • $\dfrac{10}{3}\left(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1\right)$

IV. $\dfrac{10}{\sqrt[3]{2}-1}$ • • $\dfrac{10\sqrt[10]{x^8}}{x}$

V. $\dfrac{10}{\sqrt[10]{x^3}}$ • • $\sqrt{5}-\sqrt{2}$

VI. $\sqrt{15+\sqrt{200}}$ • • $10\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1\right)$

22. Memoria

Tape las dos columnas de la izquierda, lee atentemente las palabras de la columna de la derecha durante un tiempo prudente. Por último, tápalo y señala en los recuadros de la izquierda las palabras memorizadas.

Radicales dobles	Factor conjugado	Radicación
Radicales homogéneos	Raíz de una fracción	Radicales dobles
Radicales triples	Radicales impropios	Radicales homogéneos
Raíz de una división	Radicación	Factor racionalizante
Raíz de una raíz	Factor entero	Racionalización
Radicales impropios	Raíz de un producto	Radicales semejantes
Factor crítico	Factor unitario	Raíz de un producto
Racionalización	Radicales semejantes	Raíz de una fracción
Factor racionalizante	Raíz de una división	Raíz de una raíz

Razonamiento y demostración

23. Efectúa:

$$\frac{12}{\sqrt{7}}-\frac{4}{\sqrt{7}}+\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{3}{\sqrt{7}}$$

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{12}$
D) 2 E) $\sqrt{7}$

24. Obtén el equivalente de:

$$R=\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2+1}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$$

A) 1 B) –1 C) $\sqrt{3}$
D) 2 E) –2

25. Indica un radical simple de:

$$M=\sqrt{7-2\sqrt{6+2\sqrt{8}}}$$

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) 3 E) $\sqrt{6}$

26. Transforma a un radical simple:

$$A=\sqrt{2x-1+2\sqrt{x^2-x}}-\sqrt{x-1}$$

A) $\sqrt{x}$ B) $\sqrt{x+1}$ C) 1
D) –1 E) $\sqrt{x-1}$

27. Transforma a un radical simple:

$$M=\sqrt{11+\sqrt{72}}$$

A) $2+\sqrt{3}$ B) $3+\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}+1$
D) $3+\sqrt{6}$ E) $4+\sqrt{3}$

28. Indica el denominador racionalizado de:

$$\frac{A}{2+\sqrt{2}+\sqrt[4]{2}}$$

A) 6 B) 5 C) 4
D) 3 E) 8

Resolución de problemas

29. De los polinomios:

$A(x; y) = xy - 3$

$B(x; y) = 4x^2y^2 - 24xy - 28$

Da como respuesta el término independiente de la cantidad subradical de uno de los radicales simples de:

$$\sqrt{2A(x;y)-\sqrt{B(x;y)}}$$

A) –5 B) –7 C) –3
D) –1 E) 10

30. Si el polinomio:

$P(x) = n^2x^{4n} + 2n^2x^{3n} + (n^2 + 8)x^{2n} + 2nx^n + 1$ admite raíz cuarta exacta, halla n.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Claves

NIVEL 1	7. B	13. E	20. B	26. A
1. A	8. A	14. D	NIVEL 3	27. B
2. C	9. D	15. C	21.	28. A
3. D	10. C	16. B	22.	29. B
4. D	NIVEL 2	17. C	23. E	30. D
5. E	11.	18. E	24. A	
6. A	12.	19. C	25. C	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 5: NÚMEROS COMPLEJOS

1 Determina el valor de:

$A = i^{9^5}$

A) 1 B) i C) 2i
D) –1 E) –i

2 Calcula:

$M = \sqrt{-16} + \sqrt{-5}$

A) $(4+\sqrt{5})i$ B) $-4+\sqrt{5}i$ C) $1+5i$
D) $(-4-\sqrt{5})i$ E) $-3+\sqrt{5}i$

3 Halla el producto de:

$z_1 = 3+2i \ \wedge \ z_2 = 2-5i$

A) 16 + 11i B) 16 – 10i C) –16 – 11i
D) 16 – 11i E) 15 – 10i

4 Efectúa:

$W = \dfrac{i}{(1-3i)(i-3)}$

A) $\frac{1}{10}$ B) $-\frac{1}{10}$ C) $1-\frac{1}{10}i$
D) $\frac{1}{9}$ E) $-\frac{1}{9}$

5 Reduce:

$W = \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5 + \left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^9$

A) 1 B) 2 C) –1
D) 0 E) –2

6 Si se cumple:

$x + yi = (-4)^{\frac{1}{2}}$

Calcula x.

A) 0 B) 1 C) 2
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

7 Calcula:

$$\frac{(1+i)^2+(1+i)^4}{(1+i)^2+(1-i)^4}$$

A) 2 B) –1 C) 1
D) 0 E) i

8 Efectúa:

$$\left(\frac{2+2i}{1+i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

A) $\sqrt{2}$ B) i C) 1
D) 2i E) 0

9 Halla el valor de:

$A = 4 + |12i - |-3 + 4i||$

A) 10 B) 12 C) 15
D) 17 E) 21

10 Calcula **n** si **z** es un imaginario puro.

$$z = \frac{n+5-3i}{2+ni}$$

A) 4 B) 12 C) 8
D) 10 E) –1

11 En el ejercicio anterior, calcula **n** para que **z** sea un complejo real. Luego, indica el menor valor.

A) –4 B) –3 C) –2
D) 2 E) 3

12 Halla el opuesto y conjugado del complejo a + bi, si se cumple:

$$\frac{\left[(1-i)^2+(3+3i)^2\right]}{1+i} = a+bi$$

A) 8 + 8i y –8 + 8i B) –8 – 8i y 8 – 8i
C) –8 + 8i y 8 + 8i D) –8 – 8i y –8 + 8i
E) 8i y –8i

13 Si $z_1 \wedge z_2$ son complejos conjugados tal que: $z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

Calcula:

$z_1^3 - 3z_1 \cdot z_2 + z_2^3$

A) –1 B) 1 C) 2
D) –5 E) –2

14 Calcula:

$P = i^{63^{7^{11}}}$

A) i B) –i C) 1
D) –1 E) 0



Claves

1. B	3. D	5. D	7. C	9. D	11. B	13. A
2. A	4. A	6. A	8. A	10. D	12. B	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En una prueba, un alumno escribió la siguiente cadena de igualdades:

$$\underset{(I)}{-1} = \underset{(II)}{i^2} = \sqrt{-1}\sqrt{-1} \underset{(III)}{=} \sqrt{(-1)(-1)} \underset{(IV)}{=} \sqrt{1} \underset{(V)}{=} 1$$

A) La igualdad II es incorrecta.
B) La igualdad III es incorrecta.
C) La igualdad IV es incorrecta.
D) La igualdad V es incorrecta.
E) Las igualdades II y IV son correctas.

2. Búsqueda de números complejos.
En esta sopa de letras se han perdido los siguientes números complejos:

REAL NULO IMAGINARIO
CONJUGADOS OPUESTOS IGUALES

Encuéntralos.

A	I	P	B	J	C	Q	G	D	Z	I	E
S	L	F	O	L	U	N	I	K	L	M	Q
E	O	G	D	H	R	E	F	S	U	A	P
L	E	D	C	F	E	V	Q	O	N	G	T
A	X	J	A	B	O	D	Y	T	Y	I	R
U	S	D	K	G	S	J	T	S	I	N	E
G	K	A	U	M	U	R	H	E	C	A	S
I	X	U	N	B	U	J	Z	U	N	R	O
O	V	T	C	M	G	U	N	P	J	I	I
G	H	L	A	E	R	E	R	O	V	O	G
L	A	N	U	L	A	A	I	Y	C	X	U
R	Z	L	P	H	Q	M	R	Z	O	K	B

Razonamiento y demostración

3. Simplifica: $E = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2010}$

A) 5 B) –1 C) 1
D) 2 E) –2

4. Si **k** es un entero no negativo, calcula el valor de:

$M = \left[\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right]^{4k+6}$

A) $(-1)^{2k+1} . i$ B) $(-1)^{k+1} . i$ C) $(-1)^{k} . i$
D) $(-1)^{2k-1} . i$ E) $(-1)^{2k-1} . i$

5. Multiplica:
$z_3 = (5 + 2i)(3 + 4i)$

A) 7 – 26i B) 7 + 26i C) 1 + i
D) 1 – i E) 2i

6. Si: $z_1 = (a + 2) + (b + 3)i$
$z_2 = 4 + (5 - b)i$
Además: $z_1 = z_2$
Calcula: a + b

A) 3 B) 4 C) 5
D) 1 E) 2

7. Halla: $E = |z| + |\bar{z}|$; si $z = 3 + 4i$

A) 13 B) 11 C) 10
D) 15 E) 17

8. Simplifica: $F = \frac{(1+i)^3 + (1-i)^3}{(1+i)^3 - (1-i)^3}$

A) –i B) 2i C) 8i
D) i E) –2i

Resolución de problemas

9. Del número complejo: $A_1 = -3\sqrt{7} + \sqrt{14}\,i$
Determina un número complejo "A_2", tal que: $7|A_1| = |A_2|$ y que la diferencia de los cuadrados entre su argumento y el argumento de A_1 sea $\frac{3\pi}{2}$. Brinde su módulo.

A) $7\sqrt{77}$ B) $6\sqrt{66}$ C) $2\sqrt{22}$
D) $9\sqrt{99}$ E) $5\sqrt{55}$

10. De un número complejo de parte imaginaria negativa, se cumple que su segunda potencia es igual a su conjugado, brinde como respuesta la suma de la parte real con la imaginaria.

A) $\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})$ B) $\frac{1}{2}(1-\sqrt{3})$
C) $-\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})$ D) $-\frac{1}{2}(1-\sqrt{3})$
E) $\sqrt{3}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. De las afirmaciones que están en el recuadro sobre los números complejos opuestos, cuántas de estas no se cumplen necesariamente:

Suma	Z + Z*	número real
Resta	Z – Z*	número real
Multiplicación	Z . Z*	número complejo
Cociente	Z/Z*	número imaginario puro

12. De las afirmaciones, marca aquella que no está definida en el campo de los números complejos.

A) Adición. B) Sustracción.
C) Potenciación. D) Relación de igualdad.
E) Relación de orden. F) Radicación.

Razonamiento y demostración

13. Calcula: $i^{13\,579}$

A) i B) –i C) 1
D) –1 E) 2i

14. Si: z = (mn; 6n) y $\overline{z}$ = (12; 18), halla m y n.

A) –4; 3 B) –4; –3 C) 4; 3
D) –3; 4 E) 3; 4

15. Halla **n** si el número siguiente es imaginario puro:

$P = \frac{3-2ni}{4-3i}$

A) 2 B) –1 C) –2
D) 4 E) 1

16. Si $\frac{2+3i}{2+i} - a = bi$, indica 5(a + b).

A) 11 B) 10 C) 25
D) 30 E) 11/5

17. Halla a y b en:

$$\frac{3+2i}{2+\frac{1}{i}} + \frac{5-i}{2i} + 2i = a + bi$$

A) $\frac{3}{10} \wedge \frac{9}{10}$ B) $\frac{2}{5} \wedge \frac{4}{5}$
C) $\frac{3}{10} \wedge \frac{5}{10}$ D) $\frac{1}{10} \wedge \frac{-9}{10}$
E) $\frac{3}{5} \wedge \frac{9}{5}$

18. Si:

$x = \frac{-1+3i}{2};\ y = \frac{-1-3i}{2}$

Calcula $E = x^3 + y^3 - 3xy$

A) –2 B) 3 C) –7
D) –1 E) –3

Resolución de problemas

19. Dados: $z_1 = -5 + 6i$; $z_2 = 5/4$ y $z_3 = 9i$
Calcula: $z_1 . z_3 + z_2 . z_3$

A) $54 + \frac{135}{4}i$ B) $54 - \frac{135}{4}i$ C) $52 + \frac{133}{3}i$
D) $50 - \frac{133}{3}i$ E) $-54 - \frac{135}{4}i$

20. Calcula el módulo del complejo z de tal manera que $\frac{z}{z^2+64}$ resulte un complejo real; $\arg(z) \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$.

A) 4 B) 8 C) 12
D) 5 E) 7

21. La suma de dos números complejos es 3 – 3i, la parte real del primero es 5. Si el cociente del primero entre el segundo es un número real, halla el segundo número complejo.

A) –2 + i B) –2 + 2i C) –2 – 2i
D) 1 + i E) 5 – 5i

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. ¿Para qué valores reales de a y b los números complejos son conjugados?

$z_1 = 9a - 4 - 10bi$; $z_2 = 8a + 20i^5$

A) 4; 2 B) –4; 2 C) 4; 4
D) 2; 4 E) 4; –2

23. Un número complejo __________ que se puede representar como: p + qi está formado por la unión de una parte real: ______________ y otra imaginaria: ______________, siendo: ___________.

A) T – Im(T) = p – Re(T) = p – $p; q \in \mathbb{N}$
B) M – Re(M) = q – Im(M) = q – $p; q \in \mathbb{Q}$
C) S – Re(S) = p – Im(S) = q – $p; q \in \mathbb{R}$
D) W – 0 – i – $p; q \in \mathbb{Z}$

Razonamiento y demostración

24. Señala la potencia de: $i^{9^{11^{13^{15}}}}$

A) i B) 2i C) 7
D) 8 E) 9i

25. Si z_1 y z_2 son conjugados tal que:

$z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

Calcula: $z_1^3 - 3z_1 \cdot z_2 + z_2^3$

A) 0 B) 1 C) 2
D) –1 E) 3

26. Reduce:

$$z_1 = \frac{(1-i)^5 - (1-i)^4}{(1+i)^4}$$

A) i B) –i C) 2i
D) –2i E) 1 – i

27. Reduce:

$$S = \left(\frac{5+2i}{4+3i}\right)25$$

A) 26 + 7i B) 26 – 7i C) 24 + 7i
D) 23 – 2i E) i

28. Si: $n \in \mathbb{R} \wedge z = \frac{3(n+i)+5(n+3i)}{1+2i}$

es un complejo real, calcula el valor de **n**.

A) –3/8 B) 9/8 C) 9
D) 9/4 E) 3/4

29. Si: $z = (2k - 5; n + 2)$; $\text{Re}(z^*) = -13$ y $\text{Im}(\bar{z}) = -10$.
Halla z.

A) (–13; –10) B) (–13; –5) C) (10; –13)
D) (13; 5) E) (13; 10)

Resolución de problemas

30. Se establece la siguiente igualdad de números complejos:
$(a - bi)^2 + (b - ai)^2 = (a - i) + (b - i)$; siendo $a; b \in \mathbb{C}$.
Determina el módulo de a + bi.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

31. Del polinomio:
$A(z) = (x - 7)z^3 + (5 + i)z + 6$; $z \in \mathbb{C}$.
Determina el valor de **x** sabiendo que la suma de los puntos reales e imaginarios de A(1 – 2i) resulte cero.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{67}{9}$

D) 9 E) $\frac{31}{7}$

32. Determina una ecuación de coeficientes reales, cuyas soluciones en los números complejos sean: 3 + i; 3 – i.

A) $x^2 - 6x + 10 = 0$
B) $x^2 + 6x + 10 = 0$
C) $x^2 + 6x - 10 = 0$
D) $x^2 - 6x - 10 = 0$
E) $2x^2 - 3x + 10 = 0$



Claves

NIVEL 1	7. C	13. B	20. B	26. B
1. B	8. D	14. B	21. B	27. B
2.	9. A	15. C	NIVEL 3	28. B
3. C	10. C	16. A	22. A	29. E
4. B	NIVEL 2	17. A	23. C	30. B
5. B	11.	18. D	24. A	31. C
6. A	12. E	19. E	25. D	32. A

MARATÓN Matemática

- Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = x^{14} + x^{12} + x^{10} + ... + 1 \wedge Q(x) = x^6 + x^4 + x^2 + 1$

Entonces $\frac{P(x)}{Q(x)}$ es equivalente a:

Resolución:

Tenemos:

$P(x) = x^{14} + x^{12} + x^{10} + ... + 1$ proviene de $\frac{x^{16}-1}{x^2-1}$ (CN)

$\Rightarrow P(x) = \frac{x^{16}-1}{x^2-1}$

$Q(x) = x^6 + x^4 + x^2 + 1$ proviene de $\frac{x^8-1}{x^2-1}$ (CN)

$\Rightarrow Q(x) = \frac{x^8-1}{x^2-1}$

Dividiendo P(x) entre Q(x), tiene: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\frac{x^{16}-1}{x^2-1}}{\frac{x^8-1}{x^2-1}} = \frac{x^{16}-1}{x^8-1}$

Por diferencia de cuadrados: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{(x^8-1)(x^8+1)}{x^8-1} \therefore \frac{P(x)}{Q(x)} = x^8 + 1$

1. Determina el MCD y el MCM de P(x) y Q(x)

P(x)	Q(x)	MCD	MCM
x^2y	x^3y^3		
$x^2 - 2x + 1$	$(x-1)^3$		
$(x+1)^{100}(x-1)$	$(x-1)^4(x+1)^3$		
$a^2 - 1$	$(a+1)^3$		
$m^2 + m$	$m - 1$		

2. Determina: $a - b$, $a > b \in \mathbb{Z}$

Si $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$

A) 5 B) –3 C) 2
D) 1 E) 3

3. Determina:

$S = \sqrt{i^{20}} + i^7 - i^3$, $(i = \sqrt{-1})$

A) i B) –1 C) –i
D) 2i E) i + 1

4. Reduce la siguiente expresión:

$H = \frac{(1-i)^2 + (i+1)^3}{\sqrt{-16} + \sqrt{-4}}$; $(i = \sqrt{-1})$

A) $i + 4$ B) $\frac{i}{2}$ C) $\frac{2i}{3}$
D) $\frac{-1}{3i}$ E) $\frac{2}{3i}$

5. Si $x - y = 3$, además $xy = 2$ determina: $\frac{x^3 - y^3}{x^6 + y^6}$

A) $\frac{27}{259}$ B) $\frac{3}{256}$ C) $\frac{15}{689}$
D) $\frac{25}{356}$ E) $\frac{45}{56}$

6. Factoriza $P(x; y) = x^2 + 2xy + y^2 - z^{12}$, e indica un factor primo.

A) $x^2 + y^2 + z^6$ B) $x + y + z^3$ C) $x + y + z^8$
D) $x + y + z^6$ E) $x^2 - y^2 + z^6$

7. Indica la suma de los coeficientes del polinomio:

$P(x) = (x-4)(x-3)(x+1) + 6$

A) 7 B) 12 C) 15
D) 18 E) 21

8. Sea $P(x) = x^2 + 7x + A$ y $Q(x) = x^2 - 5x + B$, determina A + B si el MCD de P(x) y Q(x) es (x + 2).

A) 24 B) 14 C) –4
D) –24 E) –1

9. Simplifica la siguiente expresión:

$M = \frac{3x^3 + 5x^2 - 6x - 8}{3x^3 + 23x^2 + 6x - 56}$

A) $\frac{x-3}{x+6}$ B) $\frac{x^3-2}{x^3+1}$ C) $\frac{x-1}{x+7}$
D) $\frac{x+1}{x+7}$ E) $\frac{x^2+1}{x-1}$

10. Reduce:

$\frac{8mnx}{(1+mnx)^2 - (1-mnx)^2}$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) mnx

11. Al racionalizar la siguiente fracción:

$F = \frac{2x-12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2x-8}}$; se obtiene:

A) $\sqrt{x} - 2$ B) $\sqrt{2x-8}$ C) $\frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{2x+8}}{2}$
D) $-2\sqrt{x-2} - 2\sqrt{2x-8}$ E) $x - 6$

12. Sea el siguiente complejo: $z = 1 + i$

Determina: z^4

A) $1 + i^4$ B) $2i^2$ C) $4i^2$
D) 4 E) i

13. Dado el polinomio: $P(x-1) = 7x + 3$

Determina P(x).

A) 7x + 10 B) 7x – 1 C) 4x – 3
D) 4x + 1 E) x – 3



Unidad 3



Álgebra

RECUERDA

Álgebra lineal

La historia del álgebra del siglo XIX quedaría incompleta si no atendiésemos a la formación del álgebra lineal, surgida de la teoría de los sistemas de ecuaciones lineales y relacionada con la teoría de determinantes y matrices. Durante la segunda mitad del siglo se realizaron investigaciones muy importantes de la teoría de los invariantes de las ecuaciones. En este camino del desarrollo creció la teoría de las formas que encontró la aplicación además de en el álgebra, en la teoría de números, la geometría diferencial, la geometría algebraica y la mecánica.

Teorías del número real y teoría de conjuntos

En el año 1872 surgieron una serie de trabajos, escritos por G. Cantor, R. Dedekind, K. Weierstrass, E. Heine y Ch. Meray cuyo único objetivo era el de dotar de una teoría rigurosa al número real, problema este considerado vital para una correcta fundamentación de análisis.

Así Dedekind definió el número real como una cortadura en el conjunto de los números racionales, dando al conjunto de los números reales una interpretación geométrica en forma de línea recta.

Cantor, por su parte, identificó al número real con una sucesión convergente de números racionales.

La creación de la teoría de conjuntos infinitos y los números transfinitos pertenecen también a G. Cantor. Él demostró la no equivalencia de los conjuntos de números racionales y reales. Durante los años 1879 a 1884 elaboró de forma sistemática la teoría de conjuntos, introduciendo el concepto de potencia de un conjunto, el concepto de punto límite, de conjunto derivado... La teoría general de las potencias de conjuntos, las transformaciones y operaciones sobre conjuntos y las propiedades de los conjuntos ordenados constituyeron fundamentalmente la teoría abstracta de conjuntos.

Las cuestiones de fundamentación de la teoría de conjuntos, junto con la investigación de los límites de su aplicación se convirtieron durante el siglo XX en una ciencia especial, la "lógica matemática", la cual forma una parte importante de los fundamentos de las matemáticas modernas.

Reflexiona

- *El entusiasmo es la "administración de la emoción" la habilidad de controlar la temperatura emocional de cualquier situación personal.*
- *Quizá los entusiastas no sean personas más cultas del mundo, pero son las únicas que escriben la historia. ¡El entusiasmo es la base de las grandes realizaciones!*
- *No veas en tu trabajo diario una carga a llevar, sino un camino que te conduce inoxerablemente al éxito.*

¡Razona...!

El profesor de álgebra tiene dos hijos únicamente, los cuales son padres de Timo y Lito, respectivamente. ¿Quién es el único sobrino del padre del primo hermano del hijo del padre de Lito?

A) Timo
B) Lito
C) El padre de Timo
D) El padre de Lito
E) El profesor de álgebra

Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: ECUACIONES DE PRIMER GRADO – PLANTEO DE ECUACIONES

1 Encuentra el valor de x.

$$\frac{x-1}{3}+\frac{x-2}{4}=\frac{x-3}{6}$$

A) 1 B) 6 C) 5
D) –5 E) $\frac{4}{5}$

2 Halla el valor de x.

$$3+\frac{x+1}{3}=\frac{x+1}{6}$$

A) –16 B) –13 C) –19
D) 13 E) 16

3 Resuelve e indica el valor de x.

$$(x-8)^2=(x-10)^2+8$$

A) 10 B) 9 C) 12
D) 13 E) 11

4 Efectúa y determina el valor de x.

$$(x+3)^2=(x-2)^2+15$$

A) 10 B) 8 C) 5
D) 13 E) 1

5 Reduce y da como respuesta el valor de x.

$$\frac{2x-3}{6}-\frac{x-1}{3}=\frac{x+1}{4}$$

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $-\frac{3}{4}$
D) $-\frac{5}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

6 Calcula el valor de x.

$$2+\frac{3-x}{2}+\frac{x-1}{3}=\frac{x+1}{4}$$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

7 Resuelve:

$$\frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{3}-\frac{x-3}{4}=\frac{x-5}{5}$$

A) 5 B) 5/7 C) 115/17
D) 2/9 E) 11/7

8 Resuelve:

$(x-2)^2 = 1 + (3-x)^2$

A) 3 B) 2 C) 1
D) 0 E) 7

9 Determina el conjunto solución:

$$\frac{2x-1}{2x+2}=\frac{7}{10}$$

A) {12} B) {4} C) {8}
D) {16} E) {9}

10 El triple del dinero de Luis, disminuido en su tercera parte da como resultado S/.32. ¿Cuánto dinero tenía al inicio?

A) S/.10 B) S/.9 C) S/.5
D) S/.12 E) S/.8

11 Si la suma de cuatro números enteros consecutivos es igual a 98, halla el número menor.

A) 21 B) 31 C) 32
D) 17 E) 23

12 Halla un número, sabiendo que si a su cuádruplo le aumentamos 7, el resultado equivale al triple del mismo número, aumentado en 15.

A) –8 B) 8 C) 18
D) 28 E) 38

13 Resuelve:

$$\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}=x-2$$

A) 17 B) 19 C) 18
D) 32 E) 20

14 La suma de tres números enteros consecutivos es 111. ¿Cuál es el número menor?

A) 20 B) 36 C) 37
D) 38 E) 57



Claves

1. E	3. E	5. D	7. C	9. B	11. E	13. B
2. C	4. E	6. B	8. A	10. D	12. B	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Al dividir a ambos miembros de la igualdad por 2:

$$\frac{7-x}{2}+\frac{9-x}{4}=\frac{2x-7}{3}+\frac{x+1}{6}$$

¿La solución o raíz quedará dividida también por dicha constante?

2. De los enunciados, transformarlos al lenguaje matemático:

a) La altura de un triángulo es 10 m menos que su base.
b) La base de un rectángulo es 5 m mayor que su altura.
c) La suma de dos números consecutivos es 17.
d) El cuádruple de un número aumentado en 2 nos da 16.
e) El cuádruple de un número, aumentado en 2 nos da 16.

Razonamiento y demostración

Calcula el valor de x de las siguientes ecuaciones:

3. $\frac{2x-1}{3}=x-8$

A) 22 B) 24 C) 23
D) 26 E) 25

4. $\frac{3x+5}{2x+1}-2=3$

A) 0 B) 1 C) 4
D) –2 E) 2

5. $\frac{3x}{2}-\frac{2x}{3}=15$

A) 12 B) 21 C) 18
D) 10 E) 36

6. $\frac{7x-5}{3x+1}=\left(\frac{11}{16}\right)^{-1}$

A) 0 B) 42/23 C) 71/29
D) 13 E) 74/17

7. $2[3x-(-8+2x)]=-2x$

A) –4 B) –3,75 C) –1
D) –7 E) –7,1

8. Resuelve: $\frac{x-5}{2}=12$

A) 26 B) 27 C) 28
D) 29 E) 30

9. Resuelve: $(8x-12)6-10x=4$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 4 E) 3

10. Resuelve:
$$\frac{3}{5}=\frac{3}{2x-3}$$

A) –4 B) 4 C) 8
D) 3 E) 2

11. Halla x:
$3(x-2)+9=24$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 10 E) –1

12. Resuelve:
$$\frac{17}{6}-2x=x-\frac{1}{6}$$

A) 2 B) 3 C) $\frac{2}{3}$
D) 1 E) $\frac{3}{2}$

13. Resuelve: $\frac{x}{2}-\frac{x}{5}=6$

A) 30 B) 20 C) 15
D) 10 E) 18

14. Calcula el valor de x:
$$\frac{2x-8}{5}+7=19$$

A) 32 B) 36 C) 34
D) 42 E) 81

Resolución de problemas

15. Con mi dinero puedo comprar 12 manzanas. Si el número de manzanas que puedo comprar excede en 9 al costo de cada manzana, ¿cuánto dinero tengo?

A) S/.40 B) S/.36 C) S/.20
D) S/.25 E) S/.15

16. Entre dos personas tienen **x** soles. Si una de ellas diera **a** soles a la otra, las dos tendrían la misma cantidad. ¿Cuánto tiene la persona que posee más dinero?

A) $\frac{x}{2}-a$ B) $\frac{x+a}{2}$ C) $\frac{3x+2a}{2}$ D) $x-2a$
E) $\frac{x+2a}{2}$

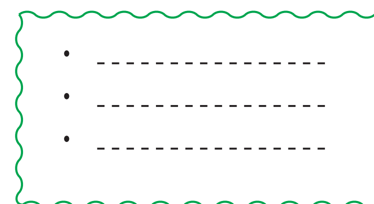
17. Un lado de un triángulo equilátero es el doble de la de un cuadrado. La suma de los dos perímetros es 120 m. Encuentra el perímetro del triángulo.

A) 71 m B) 72 m C) 73 m
D) 74 m E) 75 m

NIVEL 2

Comunicación matemática

18. De la teoría de ecuaciones estudiadas, tres de sus conceptos se han cortado en franjas horizontales y de esta manera se muestra en el diagrama. ¿Crees poder identificar a las ecuaciones?



- ----------------
- ----------------
- ----------------

19. Sigue la secuencia del desarrollo de la ecuación:

$$\frac{x+6}{x+7}+\frac{x+3}{x+4}=\frac{x+4}{x+5}+\frac{x+5}{x+6}$$

Completamos en los recuadros en blanco lo que corresponda.

- De la ecuación original:

$$\frac{x+\square}{x+7}+\frac{x+3}{x+\square}=\frac{x+\square}{x+5}+\frac{x+5}{x+\square}$$

- Transponiendo fracciones algebraicas:

$$\frac{x+\square}{x+7}-\frac{x+\square}{x+5}=\frac{x+5}{x+\square}-\frac{x+3}{x+\square}$$

- Aplicamos la propiedad:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$$

$$\frac{(x+\square)(x+5)-(x+\square)(x+7)}{(x+7)(x+5)}$$

$$=\frac{(x+5)(x+\square)-(x+3)(x+\square)}{(x+\square)(x+\square)}$$

- Aplicamos la identidad:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\frac{x^2 + \square x + \square - x^2 - \square x - \square}{x^2 + \square x + \square} = \frac{x^2 + \square x + \square - x^2 - \square x - \square}{x^2 + \square x + \square}$$

$$\frac{\square}{x^2 + 12x + \square} = \frac{\square}{x^2 + 10x + \square}$$

$12x + \square = 10x + \square$

$(\square - \square)x = \square - \square$

$$x = \frac{\square}{\square}$$

$\therefore x = \square$

Razonamiento y demostración

20. Resuelve:

$$10(2x - 4) = 4(3x + 4)$$

A) 11 B) 10 C) 9
D) 7 E) 8

21. Resuelve:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{4} = 2$$

A) 3 B) 30 C) 29
D) 36 E) 26

22. Calcula el valor de x:
$16 - 3(x - 1) = 4(x + 6) - 3$

A) $-\frac{3}{7}$ B) $-\frac{2}{7}$ C) -1
D) -2 E) $-\frac{5}{7}$

23. Calcula el valor de x:
$5(x - 1) + 4(x + 1) = 17$

A) 3 B) 2 C) 4
D) 5 E) 9

24. Resuelve la siguiente ecuación:

$$(x - 3)^2 - 8 = (x + 2)^2 - 23$$

A) 1 B) 3 C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{2}{3}$ E) 2

25. Resuelve la siguiente ecuación:
$(x + 4)^2 + (x + 1)^2 + 2x$
$= (x + 6)^2 + (x - 1)^2$

A) -8 B) 8 C) 10
D) 15 E) 13

26. Resuelve la siguiente ecuación:
$(x + 3)^2 + (x + 1)^2 = (x - 2)^2 + (x - 1)^2$

A) -2 B) -3 C) $-\frac{3}{14}$
D) $-\frac{5}{17}$ E) $-\frac{5}{14}$

27. Determina el valor de x:
$(x + 3)^2 = (x + 2)^2 + 19$

A) 7 B) 3 C) 2
D) 5 E) 10

28. Halla el valor de x:
$(x + 2)^2 + (x + 1)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - x$

A) 1 B) 5 C) 6
D) 4 E) 0

29. Halla el valor de x:
$(x + 1)^2 + (x + 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 + 2x$

A) -2 B) 3 C) 1
D) 2 E) 8

30. Resuelve:
$7(x - 6) + 5x + 2 = 8(x + 4)$

A) 16 B) 14 C) 18
D) 24 E) 30

31. Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{x} + 3 = \frac{x - 3}{2x}$$

A) 1 B) -2 C) 4
D) -1 E) 2

Resolución de problemas

32. La diferencia entre dos números naturales es x. Si se resta 5 al minuendo y se suma 3 al sustraendo, ¿cuál será la nueva diferencia?

A) $x + 5$ B) $x - 5$ C) $x + 6$
D) $x + 2$ E) $x - 8$

33. Se tiene dos números consecutivos cuya suma es igual a la cuarta parte del primero, más los cinco tercios del segundo. El consecutivo de la suma de los dos números es:

A) 18 B) 17 C) 19
D) 20 E) 21

34. Resuelve:

$$\frac{ax - 1}{1 - bx} = \frac{a}{b}$$

A) $\frac{a+b}{2ab}$ B) $\frac{a+b}{2}$ C) ab
D) $\frac{ab}{a-b}$ E) $\frac{ab}{a+b}$

35. Un rectángulo y un cuadrado tienen la misma altura. El cuadrado tiene base 4 m menor que el rectángulo. El perímetro del rectángulo es el doble del cuadrado. Encuentre las dimensiones del rectángulo.

A) 4 m y 10 m B) 1 m y 5 m
C) 10 m y 6 m D) 20 m y 16 m
E) 6 m y 2 m

NIVEL 3

Comunicación matemática

36. Se muestra los pasos de la resolución de la ecuación:

$$14x^3 - 7x^2 + 14x - 7 = 14x^3 - 7x^2$$

A. $7(2x^3 - x^2 + 2x - 1) = 7(2x^3 - x^2)$
B. $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 2x^3 - x^2$
C. $(x^2 + 1)(2x - 1) = x^2(2x - 1)$
D. $x^2 + 1 = x^2$
E. $1 = 0$

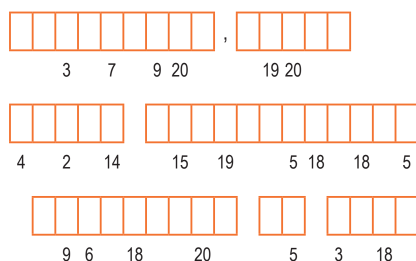
La alternativa de la ecuación que no es equivalente a la correcta es:

A) D B) A C) B
D) C E) E

37. El manuscrito misterioso

A continuación se ha escrito una definición en clave.
Descífralo. No olvides que cada casilla que tiene un número representa a una letra del alfabeto: 1 = A; 2 = B; ... no considere (Ñ, LL y CH).

19 5 21 20 12 9
1 2 19 13 5 2 18 5
21 1 5 21 3 14 18
21 14 5 18 19 14
17 3 14 5 7 1



Razonamiento y demostración

38. Resuelve la ecuación:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{x^2+x}=\frac{98}{99}$$

A) 90 B) 95 C) 92
D) 99 E) 98

39. Halla x. $\frac{x-2b+bc}{a+b-bc}+b\left(\frac{x+2a}{a+b}\right)=b-1$

e indica: $\frac{bx+ab}{ax-ab}$

A) $2b^2$ B) $\frac{2b^2}{3a^2}$ C) $-\frac{b^2}{a^2}$

D) $5a^2$ E) $3a^b$

40. Resuelve:

$$\frac{1}{3+\frac{1}{8\frac{1}{5}-x}}=\frac{1}{3+\frac{1}{x+\frac{1}{5}}}$$

A) 4 B) $3\frac{1}{5}$ C) $2\frac{3}{5}$

D) 3 E) 1

41. Resuelve:

$$\frac{x-1}{x+a-b}=\frac{1-x}{x-a+b}+2$$

A) $a-b$ B) $(a-b)^2$ C) $a+b$

D) $(a+b)^2$ E) ab

42. Determina el valor de x:

$$\frac{11-x}{2}-(2x+6)=4(3x-5)$$

A) $\frac{39}{29}$ B) $\frac{1}{11}$ C) 11

D) $\frac{39}{19}$ E) $\frac{29}{19}$

43. Determina el valor de x:

$$\frac{x-6}{3}+8=2x-7$$

A) $\frac{37}{5}$ B) $\frac{39}{5}$ C) 5

D) 4 E) 6

44. Encuentra el valor de x: $\frac{4x-3}{5}=\frac{3}{4}+2x$

A) $-\frac{9}{8}$ B) $-\frac{8}{9}$ C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{4}{3}$ E) 2

45. Encuentra el valor de x: $8\left(\frac{x}{5}+7\right)+\frac{2x}{5}=1$

A) $-\frac{11}{3}$ B) $-\frac{55}{2}$ C) $\frac{11}{3}$

D) $-\frac{43}{2}$ E) -2

Resolución de problemas

46. Un alumno gasta la mitad de su dinero en pasajes y la sexta parte en comida. ¿Cuánto tenía inicialmente, si al final se quedó con 10 soles?

A) S/.40 B) S/.60 C) S/.50
D) S/.30 E) S/.15

47. Calcula **n**, si la ecuación es incompatible:

$$n^2x-n^2+3n=x+2$$

A) 1 B) –1 C) 2
D) –3 E) 3

48. El lado **b** de un triángulo es 8 m menos que el cuádruple del lado **a**. Los lados **b** y **c** son iguales. El perímetro es 29 m. Encuentra las longitudes de los tres lados.

A) 3 m; 4 m y 4 m B) 5 m; 12 m y 12 m
C) 10 m; 32 m y 32 m D) 6 m; 6 m y 6 m
E) 7 m; 20 m y 20 m

49. Un hombre gana **d** soles por semana y gasta $\frac{r}{2}$ soles de lo que no gasta a la semana. ¿En cuántas semanas tendrá **q** soles?

A) $\frac{q}{d-r}$ B) $\frac{qd}{r-\frac{d}{q+r}}$ C) $\frac{q}{d-\frac{rd}{2+r}}$

D) $\frac{rq}{d-\frac{r}{q}}$ E) $\frac{qd}{\frac{r}{2}+1}$

Claves

NIVEL 1	11. C	21. C	32. E	42. A
1.	12. D	22. B	33. A	43. B
2.	13. B	23. B	34. A	44. A
3. C	14. C	24. E	35. E	45. B
4. A	15. B	25. C	NIVEL 3	46. D
5. C	16. E	26. E	36. A	47. B
6. C	17. B	27. A	37.	48. B
7. A	NIVEL 2	28. D	38. E	49. C
8. D	18.	29. A	39. C	
9. C	19.	30. C	40. A	
10. B	20. D	31. D	41. B	

Aplicamos lo aprendido




TEMA 2: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

1 Calcula x:

$6x + 2y = 130$
$6x - 2y = 110$

A) 4 B) 5 C) 30
D) 20 E) 40

2 Halla x:

$9x + 6y = 30$
$9x - 6y = 24$

A) 1 B) 4 C) 6
D) 12 E) 3

3 Halla y:

$x + y = 31$
$x - y = 21$

A) 4 B) 1 C) 6
D) 5 E) 8

4 Calcula y:

$2x + 8y = 60$
$3x + y = 35$

A) 4 B) 6 C) 8
D) 5 E) 10

5 Halla a:

$4a - 5b = 7$
$2a + b = 7$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

6 Halla a:

$a + b = 600$
$a - b = 260$

A) 460 B) 430 C) 530
D) 330 E) 420

7 Halla b:

$7a + 3b = 41$
$4a + 5b = 30$

A) 4 B) 6 C) 5
D) 8 E) 2

8 Halla a:

$5a - 7b = 0$
$8a - 2b = 46$

A) 4 B) 9 C) 5
D) 7 E) 10

9 Halla x:

$7x + y = 29$
$3x + 2y = 36$

A) 16 B) 15 C) 3
D) 2 E) 1

10 Halla x:

$2x + y = 4$
$6x - 6y = 12$

A) 1 B) 2 C) 0
D) 4 E) -4

11 Si M; N y Z son matrices definidas por:

$M = \begin{pmatrix} 2\cos^2\theta & \text{sen}2\theta \\ \text{sen}2\theta & 2\text{sen}^2\theta \end{pmatrix}$; $N = \begin{pmatrix} 2\cos^2\theta & -\text{sen}2\theta \\ -\text{sen}2\theta & 2\cos^2\theta \end{pmatrix}$ y $Z = M.N$

Entonces, el valor del $\text{Det}(Z^{100})$ es:

A) $\text{sen}^2\theta$ B) $\cos^2\theta$ C) $\text{sen}\theta\cos\theta$
D) 0 E) 1

12 Si A es una matriz definida por:

$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{bmatrix}$, entonces el valor de $|A|$ es:

A) $(a - b)^2$ B) $(a + b)^2$ C) $a^2 - b^2$
D) $(a^2 - b^2)^2$ E) 0

13 Halla x:

$y + x = 90$
$y - x = 20$

A) 35 B) 55 C) 45
D) 40 E) 38

14 Halla x en:

$9x + 3y = 30$
$7x + 5y = 34$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4



Claves

1. D	3. D	5. C	7. E	9. D	11. D	13. A
2. E	4. D	6. B	8. D	10. B	12. D	14. C

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. ORDÉNALAS

Algunas palabras del concepto de sistemas de ecuaciones se han desordenado. Ubícalas en su lugar:

Se denomina sistema .... cuando el número de .... independientes es .... al número de ....

IGUAL

ƎCUACIONES

DETERMINADO

INCÓGNITAS

2. PERCEPCIÓN – ESPACIO

De la teoría de ecuaciones estudiados, tres de sus conceptos se han cortado en franjas horizontales y de esta manera se muestra en el diagrama. ¿Crees poder identificarlas?

SUSTITUCIÓN
REDUCCIÓN
IGUALACIÓN

- ....
- ....
- ....

Razonamiento y demostración

3. Resuelve:

$x + 2y - 17 = 0$

$-y + x = -1$

e indica el valor de y.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

4. Halla y:

$4y + 3x = 34$

$6x - 2y = -2$

A) 7 B) 6 C) 2
D) 1 E) 8

5. Calcula x:

$4x + 7y = 87$

$8x - 3y = 157$

A) 10 B) 30 C) 20
D) 50 E) 1

6. Calcula y:

$14x - 5y = 60$

$8x - 2y = 36$

A) 2 B) 5 C) 8
D) 6 E) 10

7. Calcula x:

$15x - 8y = 52$

$8x + 3y = 35$

A) 1 B) 4 C) 6
D) 5 E) 7

8. Calcula y:

$5x - y = 23$

$2x + y = 19$

A) 7 B) 6 C) 8
D) 9 E) 12

9. Calcula x:

$9x - 6y = 0$

$8x + 3y = 125$

A) 10 B) 15 C) 20
D) 16 E) 12

10. Resuelve el sistema:

$13x + y = 33$

$11x + 17y = 141$ e indica el valor de x.

A) 3 B) 2 C) 1
D) –2 E) 7

11. Resuelve:

$5x - 7y = 49$

$2x + 3y = 8$

Halla: xy

A) 7 B) –14 C) –7
D) 14 E) –2

Resolución de problemas

12. Halla la suma de dos números fraccionarios, si 97 veces el primero más 46 veces el segundo es igual a 316; y 22 veces el primero más 73 veces el segundo es 517.

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

13. La suma de dos números es 30. Si al mayor se le aumentara en 6, se tiene el triple del menor. Halla el producto de dichos números.

A) 64 B) 30 C) 180
D) 154 E)189

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Qué sistema lineal representa mejor para dar solución el problema planteado:

Un padre saca de uno de sus bolsillos de su pantalón S/.120 y los reparte entre sus hijos Juanito y Anita. Al observar Anita que el reparto no ha sido equitativo le pide a su papá que del otro bolsillo le dé S/. 24 más, para tener lo mismo que Juanito. ¿Cuánto tenía Anita al principio?

Si: J es lo que tiene Juanito y A lo que tiene Anita.

A) $J + A = 120$
$J - A = 24$

B) $J - A = 120$
$J + A = 24$

C) $J = 120 + A$
$J + 24 = A$

D) $A = 120 + J$
$A + 24 = J$

15. PERCEPCIÓN – ESPACIO

Intenta descifrar el texto que está dentro del recuadro. Piensa que se han suprimido los espacios entre palabras y éstas han dado un buen giro. Escríbalo de nuevo en el recuadro en blanco. No des marcha atrás, aparentemente es complicado, sin embargo este ejercicio tiene truco.

"etnemacirtémoegnevleusereseuqsame
lborpyahevisulcni, soicifitrasosrevid,
nóic azirotcaf, elbatonsotcudorpomocso
tsivay seroiretnasolutípacodnazilituárevl
oseres, metsisleatneserpeuqamrofalao
dreucaedograbmenis, larenegodotémn
uetsixeonselaenilonsenoicauceedamet
sisnurevloseraraP

Razonamiento y demostración

16. Resuelve:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$$ e indica xy.

A) 5 B) 3 C) –3
D) 6 E) 9

17. Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 7x - 9y = 39 \end{cases}$$

e indica $x + y$.

A) $\frac{19}{3}$ B) $\frac{18}{3}$ C) $\frac{20}{3}$
D) $\frac{21}{3}$ E) $\frac{22}{3}$

18. Resuelve:

$a + 7b = 15$
$3a - 7b = -11$
e indica $\frac{b}{a}$.

A) 4 B) 2 C) 3
D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

19. Halla x:

$2x + 3y = 5$
$3x - 2y = 1$

A) 2 B) 3 C) 4
D) –3 E) 1

20. Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} 3x - y = -6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$ e indica xy.

A) –4 B) –3 C) 2
D) 6 E) 12

21. Resuelve por el método de igualación:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = -2 \end{cases}$$ e indica $x + y$.

A) 2 B) 5 C) $\frac{5}{2}$
D) $\frac{9}{4}$ E) 4

22. Calcula el determinante de:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 47 \\ 8 & -2 & 48 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A) 189 B) 126 C) 111
D) 188 E) 136

23. Calcula el determinante de:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 7 \\ 8 & -5 & 66 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A) –86 B) –18 C) 99 D) –68 E) 18

24. Calcula x:

$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 3$ $7x + y = 41$

A) 10 B) 5 C) 15 D) 25 E) 35

Resolución de problemas

25. Yo tengo el doble de la edad que tú tenías, cuando yo tenía la edad que tú tienes. Cuando tú tengas la edad que yo tengo, nuestras edades sumarán 63. ¿Qué edad tengo?

A) 7 B) 18 C) 28 D) 21 E) 14

26. Juan dice: “Tengo tantas hermanas como hermanos, pero mi hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos”. ¿Cuántos hijos somos?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

NIVEL 3

Comunicación matemática

27. PROPIEDAD

Esta es una propiedad particular sobre un sistema lineal. Reemplaza cada letra por la que la precede en el abecedario y descubrirás de qué propiedad se trata.

FM TJTUFNB TFSB DPNQBUJCMF JOEFUFSNJOBEP, FT EFDJS, UFOESB JOGJOJUBT TPMVDJPOFT, TJ TF WFSJGJDB:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

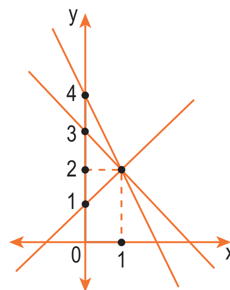
28. **Ex. admisión UNI 2008–II (matemática)**

¿Cuál(es) de los sistemas de ecuaciones está representado por la gráfica adjunta?

I. $x - y = -1$
$6x + y = 8$
$x + y = 3$

II. $6x + y = 8$
$x + y = 3$
$2x - y = 0$

III. $x - y = -1$
$2x + y = 4$
$x + y = 3$



A) Solo I B) I y III C) Solo III D) I y II E) Solo II

Razonamiento y demostración

29. La siguiente determinante es cero:

$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ x & 1 & 1 \\ 6 & -6 & 1 \end{vmatrix}$ indica el valor de 6x.

A) 1/2 B) 2 C) 3/2
D) 4 E) 9/2

30. Resuelve:

$\begin{cases} 4x + 3y = 25 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$

Luego, calcula b en la relación:

$b(x + y) + b = 32$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

31. Resuelve el sistema:

$\begin{cases} 7m - 2n + 34 = 0 \\ 5m + 3n + 11 = 0 \end{cases}$

e indica m + n.

A) –5 B) –4 C) –1
D) –3 E) 0

32. Resuelve:

$\begin{cases} \dfrac{x}{a+b} + \dfrac{y}{a-b} = 2a \\ x - y = 4ab \end{cases}$

e indica el valor de y.

A) a – b B) a + b C) $(a - b)^2$
D) $(a + b)^2$ E) ab

33. Resuelve el sistema:

$2x + 3y = 5\sqrt{2} - 1$

$3x - 2y = \sqrt{2} + 5$

e indica el valor de x.

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt[3]{2} - 1$ C) $\sqrt{2} - 1$
D) $2 - \sqrt{2}$ E) $\sqrt{2} + 1$

34. Resuelve:

$\dfrac{x}{a+b} + \dfrac{y}{a-b} = 2$

$(a + b)y + (a - b)x = 2(x^2 - y^2)$

e indica el valor de $x^2 - y^2$.

A) a + 2b B) 2a – b C) 3a + 2b
D) $a^2 - b^2$ E) $a^2 + b^2$

35. Sea (3; –1) la solución del sistema, calcula: (a – b)

$\begin{cases} (a + b)x + (a - b)y = 10 \\ (2a - b)x + (2a - 3b)y = 12 \end{cases}$

A) 1 B) 8 C) 3
D) 2 E) 13

36. Si:

$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ y + 2z = 7 \\ z + 2x = 11 \end{cases}$

Entonces el valor de (x – y – z) es:

A) 5 B) 7 C) 3 D) 6 E) 1

Resolución de problemas

37. Si el sistema debe tener 2 soluciones (necesariamente), entonces el máximo valor entero de b es:

$y - b = x^2$

$x - b = y^2$

A) 0 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

38. Indica el valor de $m^2 + 2$ para que el valor de **x** exceda en uno al de y, en el sistema:

$5x - 2y = m$

$3x + y = m - 1$

A) 38 B) 27 C) 66 D) 102 E) 183

39. José y su hermano compran 3 polos de 2 distintas marcas A y B. Si pagaron con un billete de S/.100 y recibieron de vuelto S/.7, determina el precio de cada marca en soles, si estas se diferencian en S/.6. Además el precio del polo de marca A es mayor a la de B.

A) 25 y 69 B) 33 y 27 C) 40 y 25
D) 35 y 29 E) Más de una es concreta



Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	7. B	14. A	20. B	27.	33. E
2.	8. A	15.	21. A	28. C	34. D
3. A	9. A	16. C	22. E	29. E	35. D
4. A	10. B	17. A	23. D	30. D	36. E
5. C	11. B	18. B	24. B	31. C	37. E
6. A	12. D	19. E	25. C	32. C	38. C
	13. E		26. B		39. E

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO PLANTEO DE ECUACIONES

1 Resuelve la ecuación e indica su raíz de mayor valor.

$6x^2 - x - 12 = 0$

A) –1/2 B) 3/2 C) 5/2
D) –3/2 E) 1/2

2 En la ecuación: $5x^2 + (4t - 1)x + t = 0$; una raíz es 2, halla la otra raíz.

A) –1/5 B) 2/5 C) –2/5
D) 1/5 E) 3/5

3 Resuelve:

$4x^2 + 8x + 1 = 0$

A) $\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{-2 \pm \sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$
D) $\frac{-2 \pm \sqrt{3}}{2}$ E) $2 \pm 3\sqrt{3}$

4 Indica la naturaleza de las raíces de:

$2x^2 - 5x - 1 = 0$

A) Reales y diferentes B) Reales e iguales
C) Complejas y conjugadas D) Complejas e iguales
E) Una compleja y otra real

5 Resuelve y da una raíz de: $x^2 + 7x + 8 = 0$

A) $\frac{7 + \sqrt{17}}{2}$ B) $\frac{7 - \sqrt{17}}{2}$ C) $\frac{-7 + \sqrt{17}}{2}$
D) $\frac{7\sqrt{17}}{2}$ E) $\frac{-7\sqrt{7}}{2}$

6 Determina para qué valor de k, la ecuación de segundo grado: $(2 - k)x^2 + 2kx - k + 2 = 0$, tiene soluciones reales.

A) $\langle 1; \infty \rangle$ B) $\langle 1; +\infty \rangle - \{2\}$ C) $[1; +\infty \rangle$
D) $[1; +\infty \rangle - \{2\}$ E) $\mathbb{R} - \{2\}$

7 Resuelve e indica la menor raíz:

$3x^2 + 23x - 8 = 0$

A) -3 B) -16 C) -9
D) -23 E) -8

8 Resuelve e indica la mayor raíz:

$4x^2 + 3x - 1 = 0$

A) $\frac{1}{4}$ B) -1 C) 1
D) -4 E) $0,75$

9 Resuelve e indica la menor raíz:

$6x^2 - 5x + 1 = 0$

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

10 Resuelve:

$(x - 4)^2 + 7x = 17$

A) $2 \pm \sqrt{5}$ B) $\frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ E) $1 \pm \sqrt{3}$

11 Resuelve:

$(x - 1)^2 - 1 = 1$ e indica la menor raíz.

A) $1 - \sqrt{2}$ B) $\sqrt{2} - 1$ C) $\sqrt{2} + 1$
D) $\sqrt{3} - 1$ E) $1 - \sqrt{3}$

12 Resuelve y da una raíz de:

$x^2 + 7x + 8 = 0$

A) $\frac{7 + \sqrt{17}}{2}$ B) $\frac{7 - \sqrt{17}}{2}$ C) $\frac{-7 + \sqrt{17}}{2}$
D) $\frac{7\sqrt{17}}{2}$ E) $\frac{-7\sqrt{7}}{2}$

13 Resuelve: $2x^2 + 9x + 2 = 0$ y da la mayor raíz.

A) $\frac{-9 + \sqrt{65}}{2}$ B) $\frac{9 + \sqrt{65}}{4}$ C) $\frac{9 + \sqrt{65}}{2}$
D) $\frac{-9 + \sqrt{65}}{4}$ E) $9 - \sqrt{65}$

14 Resuelve:

$3x^2 - 2x = 0$

A) $\{6\}$ B) $\left\{3; \frac{2}{3}\right\}$ C) $\{0\}$
D) $\{0; 6\}$ E) $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$



Claves

1. B	3. D	5. C	7. E	9. D	11. A	13. D
2. A	4. A	6. D	8. A	10. D	12. C	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Verifica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si $x = -2$, es una raíz de:
$(2m - 1)x^2 + (m - 1)x - 2 = 0$,
entonces: $m = \frac{2}{3}$ ( )

II. Si x_1 es una raíz de:
$6x^2 - 7x - 3 = 0$, entonces el valor de:
$\frac{4x_1^2 - 5}{2x_1 - 1}$ es 2. ( )

III. El producto de raíces de la ecuación:
$11x^2 + 10x - 1 = 0$ es positivo. ( )

A) VVF B) VFF C) FFV
D) VVV E) FFF

2. De la teoría de ecuaciones de segundo grado, tres de sus conceptos se han cortado en franjas horizontales y de esta manera se nuestra en el diagrama. ¿Crees poder identificarlos?

COMPLETAS
DISCRIMINANTE

- ....
- ....
- ....

Razonamiento y demostración

3. Resuelve: $9x = 5 - 2x^2$

A) $\left\{\frac{1}{2}; 5\right\}$ B) $\left\{\frac{1}{2}; -5\right\}$ C) $\left\{\frac{3}{2}; 5\right\}$
D) $\left\{-\frac{3}{2}; -5\right\}$ E) $\left\{-\frac{1}{2}; -5\right\}$

4. Resuelve: $6x^2 - 17x + 10 = 0$ e indica la mayor raíz.

A) $\frac{5}{6}$ B) $-\frac{5}{6}$ C) 2
D) –3 E) 3

5. Resuelve: $2x^2 - 7x + 3 = 0$ e indica la mayor solución.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) $\frac{1}{4}$

6. Resuelve: $4x^2 + 19x - 5 = 0$ e indica la mayor raíz.

A) 0,5 B) 0,25 C) 5
D) –5 E) –1

7. Resuelve: $5x^2 + 14x - 3 = 0$ e indica la menor raíz.

A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) –3
D) $-\frac{1}{3}$ E) –5

Resolución de problemas

8. Resuelve: $x^2 = -5x - 6$

A) {1;6} B) {2; 3} C) {–2; –3}
D) {–1; 6} E) {–1; –6}

9. Halla el valor de λ en la ecuación:
$2x^2 - 15x + (\lambda - 1) = 0$, si la media geométrica de sus raíces es 2.

A) 12 B) 10 C) 6
D) 9 E) 5

10. Encuentra tres números enteros positivos consecutivos, tal que el cuadrado del primero sea igual al tercero. Determina el número menor.

A) 10 B) 11 C) 5
D) 2 E) 51

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. **Ex. Admisión UNI 2002-I(Apt. Acad.)**
Un fabricante puede producir puertas a un costo de S/.22 cada una, si las vende a k soles, entonces podrá vender (200–k) puertas.

Del enunciado, cuántas proposiciones son verdaderas:

I. Si el fabricante quiere obtener una ganancia total de S/.7921, entonces debe vender cada puerta a S/.111.

II. Si el fabricante quiere obtener una ganancia total de S/.8000, entonces debe vender cada puerta a S/.111

III. El ingreso del fabricante, por este trabajo, es de S/.9879.

12. Realiza las operaciones y determina las raíces de la ecuación; luego completa los recuadros según corresponda:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{10x^2 + 3x}{8} = \frac{x^2}{4} + \frac{5}{8}$$

Multiplicando por 8 a ambos miembros de la ecuación:

$$\left(\frac{x+1}{2} + \frac{10x^2+3x}{8}\right)\square = \left(\frac{x^2}{4} + \frac{5}{8}\right)\square$$

$$\square(x + 1) + \square(10x^2 + 3x)$$

$$= \square\left(\frac{x^2}{4}\right) + \square 5$$

$$\square x + \square + 10x^2 + 3x = \square x^2 + 5$$

Reduciendo términos semejantes:

$$10x^2 + (\square x + 3x) + \square = \square x^2 + 5$$

$$10x^2 + (\square + 3)x + \square = \square x^2 + 5$$

Transponiendo términos:

$$(10x^2 - \square x^2) + \square x + (\square - 5) = 0$$

$$(10 - \square)x^2 + \square x + \square = 0$$

$$\square x^2 + \square x + \square = 0$$

Las raíces de la ecuación serán:

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4\,\square.\square}}{2\square}$$

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{49 + \square}}{\square}$$

$$x = \frac{-\square \pm \square}{\square}$$

Donde:

$$x_1 = \frac{-\square + \square}{\square} \quad \vee \quad x_2 = \frac{-\square - \square}{\square}$$

$$\therefore x_1 = \frac{\square}{\square} \quad \vee \quad x_2 = -\square$$

Razonamiento y demostración

13. Resuelve e indica la menor raíz de:
$(2x + 1)^2 - 9(x + 1) + 9 = 0$

A) 0,25 B) 1 C) –1
D) –2 E) 2

14. Resuelve: $(x + 1)^2 + x(x - 9) + 2 = 0$ e indica la mayor solución.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) $\frac{1}{4}$

15. Resuelve: $9x = 5 - 2x^2$ e indica x_1/x_2, siendo x_1 y x_2 raíces de la ecuación.

A) –1 B) –2,5 C) –0,3
D) 2,5 E) 0,4

16. Resuelve: $(x + 1)^2 = 4x - x^2 + 2$

A) $1 \pm \sqrt{3}$ B) $2 \pm \sqrt{3}$ C) $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ E) $3 \pm \sqrt{3}$

17. Resuelve: $(x - 2)^2 + x = 5$

A) $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ B) $\frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$ C) $2 \pm \sqrt{3}$
D) $\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ E) $4 \pm \sqrt{17}$

18. Resuelve: $(x + 3)^2 - 4x = 11$

A) $-1 \pm \sqrt{5}$ B) $-1 \pm \sqrt{3}$ C) $2 \pm \sqrt{3}$
D) $2 \pm \sqrt{5}$ E) $3 \pm \sqrt{3}$

Resolución de problemas

19. Calcula k en la ecuación: $3x^2 - 24x + 8k - 4 = 0$, si una raíz es el triple de la otra.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

20. Encuentra dos enteros positivos pares consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 130. Determina el menor número.

A) 1 B) 10 C) 4
D) 7 E) 2

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. EL MANUSCRITO MISTERIOSO

A continuación se ha escrito ciertas definiciones en clave. ¿Puedes descifrarlo? No olvides que cada casilla que tiene un número que representa a una letra del alfabeto: 1 = A, 2 = B, etc, no considere (Ñ, LL y CH).

- 12 5 21 1 15 21 1 18 20 3 1
  16 18 3 18 3 12
  20 18 13 14 5 18 13 18
  7 4
- 12 21 1 15 21 18 20 3
  13 24 1 9 15 16 20 1
  3 18 3 5 20 18 13 14
  14 16 14 9 20
- 12 19 5 21 1 15 19
  21 4 18 20 3 19 13 24 1 19
  15 16 20 1 20 5 5
  18 13 14 4 19 7 14
  7 4 , 18 13 14 4
  18 13 18 7 4 25
  18 13 14
  14 4 16 14 9 20

A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7
H	I	J	K	L	M	N
8	9	10	11	12	13	14
O	P	Q	R	S	T	U
15	16	17	18	19	20	21
V	W	X	Y	Z		
22	23	24	25	26		

22. **Ex. Admisión UNI 2002-I (Matemática)**
Un grupo de 9 personas entre hombres y mujeres, viajaron por vacaciones; los hombres gastaron S/.684 y las mujeres también gastaron S/.684. Si cada mujer ha gastado S/.114 más que cada hombre, señale lo correcto (C) o incorrecto (I) de las siguientes afirmaciones.

I. La ecuación que mejor representa al enunciado es:
$\frac{684}{x} + \frac{684}{x+114} = 9$ ( )

II. El número de mujeres es 4. ( )

III. Lo que gastó cada mujer es el doble de lo que gastó cada hombre. ( )

Razonamiento y demostración

23. Resuelve: $\frac{3}{x^2} + \frac{2}{x} - 1 = 0$

A) {3; –1} B) {–3; 1} C) {3; 1}
D) $\{\frac{1}{3}; -1\}$ E) $\{-\frac{1}{3}; 1\}$

24. Si $m > 0$, indica la mayor solución de: $x^2 - 4x + 4 = m^2$

A) $m + 2$ B) $-m + 2$ C) $\frac{m}{2}$
D) $m - 2$ E) $m + 1$

25. Resuelve: $3(x + 2)(x + 3) - 2(x + 5)(x - 3) - 18 = 0$ e indica la menor raíz.

A) –8 B) –7 C) –6
D) –5 E) –3

26. Resuelve: $6x^2 - 4ax = 3bx - 2ab$ e indica el conjunto solución.

A) $\{\frac{2}{3}; \frac{b}{2}\}$ B) $\{\frac{3}{5}; \frac{3a}{2}\}$ C) $\{\frac{3a}{2}; \frac{2}{b}\}$
D) $\{\frac{2a}{3}; \frac{b}{2}\}$ E) $\{\frac{3a}{2}; \frac{b}{2}\}$

27. Siendo x la variable; resuelve: $x^2 + 2ax + a^2 - 1 = 0$; $(a \in \mathbb{R})$ y da el valor de una solución.

A) 1 B) $a - 1$ C) $a + 1$
D) –1 E) $-a - 1$

28. Resuelve: $(x - 2)^2 + (x + 5)(x - 2) = 0$ e indica la mayor raíz.

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) –2
D) 2 E) 6

Resolución de problemas

29. En la ecuación: $25x^2 - 35x + p = 0$, determina p de tal manera que se tenga: $2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 1$; siendo x_1 y x_2 las raíces de dicha ecuación.

A) 12 B) 15 C) 18
D) 21 E) 20

30. Encuentra cuatro enteros positivos consecutivos, de modo que la suma de los cuadrados del tercero y del segundo sean 221. Da como respuesta el número menor.

A) 5 B) 10 C) 3
D) 10 E) 9



Claves

NIVEL 1
1. A
2.
3. B
4. C
5. C
6. B
7. C
8. C
9. D
10. D

NIVEL 2
11.
12.
13. A
14. C
15. B
16. D
17. D
18. B
19. E
20. D

NIVEL 3
21.
22.
23. A
24. A
25. C
26. D
27. E
28. D
29. A
30. E



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: DESIGUALDADES E INECUACIONES

1 Resuelve:

$\frac{7}{2} > \frac{1-4x}{5} > \frac{1}{2}$

A) $\langle -1/2; 1\rangle$ B) $\langle \frac{1}{3}; 1\rangle$ C) $\left\langle \frac{33}{8}; \frac{3}{8}\right\rangle$
D) $\langle -33/8; -3/8\rangle$ E) $\langle -1/3; 1\rangle$

2 ¿Cuál es el menor número entero x que verifica:

$\frac{3x-2}{4} - \frac{2x+1}{10} < \frac{2x-5}{3}$?

A) 9 B) 8 C) 10
D) 11 E) 12

3 Calcula los valores de x, tal que:

$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ si:

$f(x) = 2x + 4$; $g(x) = 3x + 6$; $h(x) = 5x - 10$

A) $[-8; +\infty\rangle$ B) $[8; +\infty\rangle$ C) $[-2; +\infty\rangle$
D) $[2; +\infty\rangle$ E) $\mathbb{R}$

4 Resuelve:

$(x-1)^2 - x^2 \geq -(x-2)^2$

da el conjunto no solución.

A) $x \notin [1; 5]$ B) $x \notin [5; +\infty\rangle$ C) $x \notin \langle -\infty; 1]$
D) $x \notin \langle -\infty; 5]$ E) $x \notin \langle 1; 5\rangle$

5 Resuelve:

$x^2 - 6x + 14 < 0$

A) $x \in \mathbb{R}$ B) $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ C) $x \in \varnothing$
D) $x \in \langle 2; 4\rangle$ E) $x \in \langle -5; 8\rangle$

6 Resuelve:

$\frac{x+1}{2} + \frac{2x-1}{3} < \frac{3(x+3)}{4}$, luego señala la suma de los valores enteros positivos que verifican la inecuación.

A) 10 B) 12 C) 15
D) 21 E) 28

7 ¿Cuántas soluciones enteras tiene la siguiente inecuación?

$x^2 + 2000x + 10^6 \geq 0$

A) 2009 B) 2010 C) 2011
D) 2012 E) Existen infinitas soluciones enteras

8 ¿Cuántos valores naturales verifican el conjunto de inecuaciones: $\frac{x+3}{4} > \frac{x-2}{3} > \frac{x+4}{5}$?

A) 9 B) 3 C) 7
D) 5 E) 8

9 Resuelve:

$5 < 2x + 1 < 11$

A) $\langle -4; 1\rangle$ B) $\langle -\infty; 2\rangle$ C) $\langle 2; 5\rangle$
D) $\langle -\infty; 5\rangle$ E) $\langle -2; +\infty\rangle$

10 Resuelve:

$-x^2 - 5x - 6 \geq 0$

A) $[-3; -2]$ B) $\langle -2; 1\rangle$ C) $\langle -2; 3\rangle$
D) $\langle -3; -2\rangle$ E) $\langle -\infty; -2\rangle$

11 Resuelve:

$a(x - b) - b(x - a) \geq a^2 - b^2$; $a < b$

A) a B) b C) a – b
D) a + b E) 1

12 Resuelve:

$\frac{x+6}{5} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{7} \leq 5$

Indica el mayor valor entero que puede tener x.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

13 Resuelve: $x^2 - 7x < 0$

A) $x \in \langle 0; 7\rangle$ B) $x \in \langle -2; 2\rangle$ C) $x \in \langle 0; 2\rangle$
D) $x \in \langle 0; 3\rangle$ E) $x \in \varnothing$

14 Indica qué condición debe cumplir **a** para que:

$x^2 + 2x + 3a > -1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

A) $a < -7$ B) $a < 0$ C) $-1 < a < 1$
D) $a < -3$ E) $a > 0$



Claves

1. D	3. B	5. C	7. E	9. C	11. D	13. A
2. C	4. E	6. A	8. D	10. A	12. E	14. E

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Marca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

( ) $\sqrt{2} \leq 3$

( ) $0 \geq 0$

( ) $-1 < 0$

( ) $\pi \geq 3{,}14$

A) FFVV B) VVVV C) FFVF
D) VVVF E) FFFF

2. Marca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

( ) Si $x < 1 \Rightarrow x^2 < x$

( ) Si $x > 1 \Rightarrow x^2 > x$

( ) Si $a < b \wedge b < c \Rightarrow a \leq c + 1$

A) FFF B) FFV C) VFV
D) FVF E) FVV

Razonamiento y demostración

3. Resuelve:

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0$$

A) $\langle -\infty; -3]$ B) $\langle -3; 1]$ C) $[-3; 1]$
D) $\langle -1; +\infty\rangle$ E) $\langle -1; 3]$

4. Resuelve:

$$\frac{3x}{2} - 3 \leq x + \frac{1}{3}$$

A) $\langle -7; -2]$ B) $[2; +\infty\rangle$ C) $\langle -\infty; 20/3]$
D) $\langle 20/3; 2\rangle$ E) $\langle 2; +\infty\rangle$

5. Resuelve:

$$x^2 - 13x + 30 > 0$$

A) $\langle -\infty; 3\rangle \cup \langle 10; +\infty\rangle$ B) $[3; 10]$
C) $\langle -\infty; 3\rangle$ D) $\langle 10; +3\rangle$
E) $\langle 3; 10\rangle$

6. Resuelve:

$$x^2 - 9x + 14 > 0$$

A) $\langle 7; +\infty\rangle$ B) $\langle -\infty; 2]$
C) $\langle -\infty; 2]$ D) $\langle -\infty; 2\rangle \cup \langle 7; +\infty\rangle$
E) $[2; 7]$

7. Resuelve: $x^2 - 3 \leq 6$

A) $x \in [3; +\infty\rangle$ B) $x \in \langle -\infty; 3]$ C) $x \in \{-3; 3\}$
D) $x \in [-3; 3]$ E) $x \in R - [3; 3]$

8. Resuelve:

$$x^2 + 7x - 8 \leq 0$$

A) $x \in [-1; 8]$ B) $x \in [1; 8]$ C) $x \in [-8; -1]$
D) $x \in [-1; 6]$ E) $x \in [-8; 1]$

9. Resuelve: $x^2 - x - 12 \geq 0$

A) $\langle -\infty; -3]$ B) $[4; +\infty\rangle$
C) $\langle -3; 4]$ D) $\langle -\infty; -3\rangle \cup \langle 4; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -3] \cup [4; +\infty\rangle$

Resolución de problemas

10. Resuelve:

$$5x^2 - 2x + 10 < 9$$

A) $x \in \mathbb{R}$

B) $x \in \langle 1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}\rangle$

C) $x \in \mathbb{R} - \langle 1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}\rangle$

D) $x \in \varnothing$

E) $x \in \langle \sqrt{3}; +\infty\rangle$

11. La suma de los valores enteros que no cumplen con la inecuación:

$$x^2 - 7x + 12 > 0 \text{ es:}$$

A) 3 B) 7 C) 4
D) 2 E) 1

12. Halla la suma de los valores enteros que hacen que la expresión ($x^2 - 6x$) sea menor que 16.

A) 18 B) 24 C) 32
D) 27 E) 41

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Resolver una .... significa que determines todos los valores de la .... que verifiquen la inecuación dada. La búsqueda de la .... de cualquier inecuación de .... con una incógnita da lugar a inecuaciones elementales de la forma:

I. $x > a$ II. $x \geq a$
III. $x < a$ IV. $x \leq a$

A) ecuación – constante – raíz – tercer grado.

B) matriz – constante – constante – orden dos

C) inecuación – incógnita – solución – primer grado

D) polinomio – variable – raíz – quinto grado

14. Indica verdadero (V) o falso (F) respecto a la inecuación:

$$(x + 3)(x - 4) \geq 0$$

( ) Su CS = $\langle -\infty; -3] \cup [4; +\infty\rangle$

( ) Las raíces del polinomio son (3) y (– 4).

( ) Su CS = [– 3; 4]

A) VVV B) FFF C) VFF
D) VFV E) FVV

Razonamiento y demostración

15. Siendo: $a < 0$

Resuelve: $(a + 1)^2x - a - 1 \geq (a - 1)^2x - a$

A) $x \in \langle -\infty; 4a\rangle$ B) $x \in \langle -\infty; -4a\rangle$

C) $x \in \left\langle \frac{1}{4a}; +\infty \right\rangle$ D) $x \in \left\langle -\infty; \frac{1}{4a} \right]$

E) $x \in \left[\frac{1}{4a}; +\infty \right\rangle$

16. Resuelve: $-x^2 + 5x > 4$ e indica la suma de los valores enteros de su conjunto solución.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. Resuelve:

$\frac{5x-6}{4} + \frac{3x-4}{2} \geq \frac{8-7x}{2}$ y señala qué valor no se verifica para x.

A) 5 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. Resuelve:

$$-1 < \frac{4-5x}{3} \leq 7$$

y determina el mayor valor entero que la verifica.

A) –3 B) –2 C) 3
D) 2 E) 1

19. Indica el mayor valor entero que verifica la inecuación:

$$\frac{2x-1}{5} + \frac{3x-2}{6} > \frac{2x+1}{2} + \frac{2}{3}$$

A) –17 B) –18 C) –16
D) 14 E) 17

20. Resuelve:

$$(x-2)^2 \leq 4^2$$

A) $x \in [-6; 2]$ B) $x \in [-3; 4]$ C) $x \in \{2\}$
D) $x \in [-2; 6]$ E) $x \in \mathbb{R}$

Resolución de problemas

21. La edad de Christian es un número par. Si a la cuarta parte de su edad se le añade 3 resulta menor que la tercera parte; mientras que si a su mitad se le suma 5, el resultado es menor que 28. Halla la edad de Christian sabiendo que es el mayor posible.

A) 42 B) 24 C) 28 D) 32 E) 44

22. El número de alumnos en un aula es menor que 50, entre hombres y mujeres. Si el número de hombres es mayor que el doble de mujeres y además ambos son múltiplos de 10, determina el número de hombres.

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Marca verdadero (V) o falso(F), según corresponda:

( ) $\langle a; b\rangle = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$

( ) $\langle m; n\rangle = \{x \in \mathbb{R} / m < x \leq n\}$

( ) $[p; q] = \{x \in \mathbb{R} / p \leq x \leq q\}$

( ) $\langle t; +\infty\rangle = \{x \in \mathbb{R} / t < x\}$

( ) $\langle -\infty; u] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq u\}$

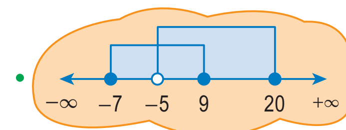
A) VVVFF B) VVFVF C) VFVVF
D) VVVVV E) VVVFV

24. Dados los siguientes conjuntos:

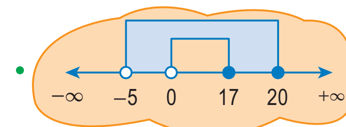
$A = [-7; 9]$; $B = \langle 0; 17]$ y $C = \langle -5; 20]$

Relaciona cada operación con su respectiva gráfica.

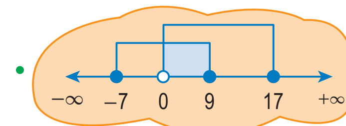
I. C – B •



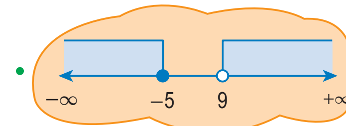
II. $[C \cap A]'$ •



III. $A \cup C$ •



IV. $A \cap B$ •



Razonamiento y demostración

25. Determina el conjunto solución de la inecuación en x:

$$\frac{a}{b}(x-a) \le x - \frac{b}{a}(x-b)$$

Si: $a > 0 \wedge b > 0$

A) $\langle -\infty; a\rangle$ B) $\langle -\infty; a+b]$ C) $\langle -\infty; 0]$
D) $\langle -\infty; 0\rangle$ E) $[0; +\infty\rangle$

26. Sabiendo que la inecuación:

$$\frac{14}{5} < \frac{3x+8}{x+3} < \frac{23}{8}$$

se verifica $\forall\ x \in \langle a; b\rangle$. Calcula: $b - a$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

27. Dada la inecuación, resuelve:

$$\frac{ax - abx}{a} < 1 - b, \text{ si } b > 1$$

A) $x > -1$ B) $x > 1$ C) $ax > b$
D) $a > -1$ E) $x > 5$

28. Sea la inecuación:
$x^2 + 2bx + 3a < 0$, además $4b^2 = 12a$.
Señale como respuesta el conjunto solución.

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R}^+$ C) $\langle a; b\rangle$
D) $\varnothing$ E) $\mathbb{Z}$

29. Resuelve:

$$\frac{7x-2}{2} < \frac{5x+6}{3} < \frac{9x+34}{5}$$

A) $x \in \varnothing$ B) $x \in \langle -36; 18\rangle$

C) $x \in \left[-36; \frac{18}{11}\right\rangle$ D) $x \in \left\langle -36; \frac{18}{11}\right\rangle$

E) $x \in \left\langle -18; \frac{18}{11}\right\rangle$

30. Si al resolver:
$x + 1 < 2x + 7 < 4x + 9$

se obtiene como conjunto solución: $\langle m; +\infty\rangle$

Halla el máximo valor entero que toma x en:
$4^{m+3} \ge 128^{x-3}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

31. Sea la inecuación en x:
$ax^2 + ax + \frac{1}{2} \le 0$

la cual posee solución única. Halla el número de valores que toma **a** más el valor de x.

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{4}$ E) 1

32. Halla el menor número racional de k para que cualquier valor $x \in [2; 4]$; satisfaga la desigualdad:

$$\frac{2x+11}{x+6} \le k - 1$$

A) 2,6 B) 2,7 C) 2,8
D) 2,9 E) 3



Claves

NIVEL 1	1. B	5. A	10. D	14. C	19. B	23. C	28. D
	2. D	6. D	11. B	15. D	20. D	24.	29. D
	3. C	7. D	12. D	16. E	21. E	25. B	30. C
	4. C	8. E	NIVEL 2	17. B	22. C	26. C	31. A
		9. E	13. C	18. E	NIVEL 3	27. B	32. D

MARATÓN Matemática

Determina $\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}$ si p y q son raíces de la ecuación: $x^2+bx+c=0$

Resolución:

Piden: $\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}=\frac{q^2+p^2}{(pq)^2}$ ... (1)

Sabemos por el teorema de Cardano Viette que, si p y q son raíces de la ecuación $x^2+bx+c=0$, entonces:

$p+q=\frac{-b}{1}=-b$ ... (2)

$pq=\frac{c}{1}=c$ ... (3)

Elevando al cuadrado la expresión (2), se tiene:

$(p+q)^2=b^2$

$p^2+q^2+2pq=b^2$

Usando (3), obtenemos:

$p^2+q^2=b^2-2c$

Luego, reemplazando en la expresión (1):

$$\frac{p^2+q^2}{(pq)^2}=\frac{b^2-2c}{c^2}=\left(\frac{b}{c}\right)^2-\frac{2}{c}$$

1. Del siguiente sistema de ecuaciones:

$\begin{cases} 4x-2y=6 \\ ax+y=11 \end{cases}$

Responde:

A) ¿Qué condición debe cumplir a, para que el sistema tenga solución única?

B) ¿Qué valor toma x + y cuando a = 2?

C) ¿Para qué valor de **a**, se cumple: x = y?

2. Alejandro compró 50 polos de 2 precios, de S/.25 y S/.35, pagando por ellos en total S/.1480. Determina cuántos polos del precio de S/.35 compró.

A) 27 B) 17 C) 23
D) 40 E) 10

3. Si tenemos la siguiente ecuación:

$9x^2-2(m-2)x+m^2=0$

Determina para qué valor(es) de m la ecuación posee raíces reales diferentes.

A) [4; 8] B) $\mathbb{R}^+$ C) $\langle 4; 6\rangle$
D) $\langle -1; \frac{1}{2}\rangle$ E) $\langle -\infty, -2\rangle$

4. Si se debe calcular el área de un terreno cuadrado cuyo lado mide x metros, pero por error se tomó (x – 2)m, determina el lado del terreno, si el área aumentó a 64 m^2 en el calculo errado.

A) 16 m B) 10 m C) 25 m
D) 12 m E) 15 m

5. En el siguiente sistema de ecuaciones, determina el valor de m para que x sea igual a y.

$8y+mx=90$
$my-3x=24$

A) 5 B) 7 C) 6
D) 4 E) 1

6. Sean las matrices:

$A=\begin{pmatrix} 7 & 2x-y \\ 1 & y+x \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} Z & 20 \\ 2 & 2y+4 \end{pmatrix}$

Determina: x + y + z
Si: 2A = B.

A) 16 B) 24 C) 10
D) 20 E) 14

7. Si $-1<b<0$, de las siguientes proposiciones indica cuáles son correctas.

I. $1/b<-1$
II. $0<b^2<1$
III. $0<b+1<1$
IV. $-3<3b<3$
V. $1<b^3$

A) Solo I B) I y II C) I; II y III
D) Todas E) IV y V

8. Determina el conjunto solución de:

$\frac{3x}{2}-2>\frac{x+5}{7}$

A) $\langle 2; +\infty\rangle$ B) $\left\langle \frac{24}{19}; +\infty\right\rangle$ C) $\langle -\infty; 2\rangle$
D) $\langle -\infty; -2\rangle$ E) $\left\langle -\infty; \frac{-24}{19}\right\rangle$

9. Indica cuántos valores enteros posee x, si debe cumplir:

I. $7x+2/3>3x+6$

II. $\frac{x^2}{3}<8+\frac{2x}{3}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 4

10. Indica la ecuación de 2.° grado que tiene por raíces a 2 y 5.

A) $x^2-7x+5=0$ B) $x^2-6x+8=0$
C) $x^2+3x-11=0$ D) $x^2-7x+10=0$
E) $x^2-5x=0$

11. Sea la ecuación cuadrática $2x^2+8x+1=0$; determina $x_1^3+x_2^3$ si x_1 y x_2 son raíces de dicha ecuación.

A) –64 B) –58 C) –32
D) –16 E) –24



Unidad 4



Recuerda

Riemann, Georg Friederick Bernhard [1826-1866]

Las ideas de Riemann concernientes a la geometría del espacio tuvo profundos efectos en el desarrollo de la teoría física moderna. Clarificó la noción de Integral, definiendo lo que ahora llamamos Integral de Riemann.

Riemann se trasladó de Gottingen a Berlín en el año 1846 para estudiar bajo la enseñanza de Jacobi, Dirichlet y Eisenstein. El año 1849 retornó a Gottingen y su tesis supervisada por Gauss fue presentada en el año 1851.

En su informe de la tesis Gauss describe a Riemann como alguien que tenia una fácil y gloriosa orginalidad.

Con las recomendaciones de Gauss, Riemann fue nominado para un puesto en Gottingen.

Los escritos de Riemann de 1854 llegaron a ser un clásico en las matemáticas y estos resultados fueron incorporados dentro de la teoría de la relatividad y gravitación de Einstein.

La cátedra de Gauss en Gottingen fue ocupada por Dirichlet en el año 1855 y después de su muerte por Riemann. Aún en esos tiempos sufrió de tuberculosis y estuvo sus últimos años en Italia en un intento por mejorar su salud.

Las ideas de Riemann concernientes a la geometría del espacio tuvo un profundo efecto en el desarrollo de la teoría física moderna y proveía los conceptos y métodos usados después en la Teoría de la Relatividad. Era un original pensador y un anfitrión de métodos, teoremas y conceptos que llevan su nombre.

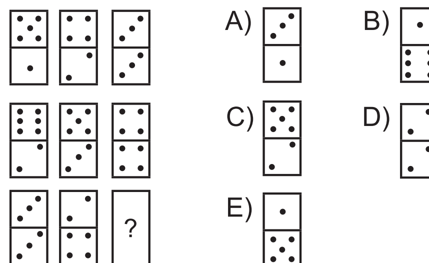
Las ecuaciones de Cauchy-Riemann (conocidas un tiempo antes) y el concepto de la superficie de Riemann aparecen en su tesis de Doctorado.

Reflexiona

- *Haz de los principios el centro de tu vida y todo lo demás se acomodará solo, incluidos los amigos.*
- *Si pones en primer lugar los principios, harás más amistades y serás mejor amigo. Irónico, pero cierto, porque tu seguridad no vendrá de fuera, sino de dentro.*
- *Serás estable y a todo el mundo le gusta estar con gente estable.*
- *Haz todos los amigos que puedas, pero nunca centres tu vida en ellos.*
- *¡Eres un ser único e inimitable, cultiva plenamente tus valores!*

¡Razona...!

¿Cuál es la figura que completa el esquema?



Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: VALOR ABSOLUTO

1 Resuelve:

$\frac{|x-9|}{|6-5x|} = 7^0$

A) $\left\{-\frac{3}{4}; \frac{5}{2}\right\}$ B) $\{-1\}$ C) $\{3\}$
D) $\{1; 3\}$ E) $\{-1; -3\}$

2 Resuelve:

$|2x^2-4| \leq |2x^2-x^7+1| + |5-x^7|$

A) $\mathbb{R}$ B) $[2; +\infty\rangle$ C) $[-\infty; 2\rangle$
D) $\langle -3; 1\rangle \cup \langle 1; +\infty\rangle$ E) $\langle -\infty; 1\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$

3 Halla el conjunto solución de $|2x+3| < |x-5|$.

A) $\left[-8; \frac{2}{3}\right\rangle$ B) $\left[-8; \frac{2}{3}\right]$ C) $\left[-8; \frac{3}{2}\right\rangle$
D) $\left\langle -8; \frac{2}{3}\right\rangle$ E) $\left\langle \frac{2}{3}; 8\right\rangle$

4 Resuelve:

$|4x-1| > 7$

A) $\langle -\infty; 2\rangle$ B) $\left\langle -\frac{3}{2}; +\infty\right\rangle$ C) $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right\rangle$
D) $[2; +\infty\rangle$ E) $\left\langle -\infty; -\frac{3}{2}\right\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$

5 Resuelve la siguiente ecuación $|x^2-6| = |x|$ e indica la suma de los valores absolutos de sus soluciones.

A) 0 B) 2 C) 5
D) 10 E) 12

6 Resuelve la ecuación:

$|x^2+2x+3| - x^2 + x + 6 = 0$

e indica su solución.

A) 2 B) -3 C) 5
D) -4 E) 7

7 Resuelve: $|2x - 3| \geq 7$

A) $\langle -\infty; -2] \cup [5; +\infty\rangle$
B) $[-2; 5]$
C) $[-2; 3]$
D) $\langle -\infty; 2] \cup [3; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -2] \cup [5; 7]$

8 Resuelve:
$|3x - 2| < |6 - x|$

A) $\langle 0; 2\rangle$
B) $\langle -2; 2\rangle$
C) $\langle 0; 6\rangle$
D) $\langle -2; 6\rangle$
E) $\langle -2; 0\rangle$

9 Resuelve:
$|2x + 5| \leq |x - 1|$

A) $\langle -\infty; -6]$
B) $\langle -\infty; -4/3\rangle$
C) $[-4/3; +\infty\rangle$
D) $\langle -6; -4/3\rangle$
E) $[-6; -4/3]$

10 ¿Cuántos números enteros satisfacen:
$|x - 3| < 1$?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

11 Resuelve:
$|2x - 5| < 3$

A) $\langle 1; 3]$
B) $\langle 1; 4\rangle$
C) $\mathbb{R}$
D) $\varnothing$
E) $\langle 0; 5\rangle$

12 Resuelve:
$|x + 1| < 6$

A) $\langle -5; 7\rangle$
B) $\langle -6; 8]$
C) $\langle -3; 6\rangle$
D) $\langle 2; 3]$
E) $\langle -7; 5\rangle$

13 Resuelve:
$|x + 1| < 3$

A) $\langle -3; 2\rangle$
B) $\langle -4; 2\rangle$
C) $\langle 1; 2\rangle$
D) $\langle 5; 9\rangle$
E) $\langle 4; 8\rangle$

14 Resuelve:
$(|x| - 5)^2 - 7x = 23$ e indica los valores enteros.

A) $\{-3; 1\}$
B) $\{1; 2\}$
C) $\{5; 10\}$
D) $\{1; 8\}$
E) $\{-1; -2\}$



Claves

1. A 3. D 5. D 7. A 9. E 11. B 13. B
2. A 4. E 6. B 8. B 10. A 12. E 14. E

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. **El manuscrito misterioso**
A continuación se tiene un teorema en clave. Descífralo. Ten en cuenta que cada casilla que tiene un número representa a una letra del alfabeto.

1 = A; 2 = B

No considerar (Ñ, Ll, Ch).

12 21 18 4 15 12 22 12 18

19 12 20 5 14 14 13 18

18 12 19 7 12 12

21 18 15 5 9 8

14 13 18 18 12

2. Da el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si $|a + b| = -x \Rightarrow x \leq 0$

II. $\sqrt{(x-2)^2} = |x - 2|$; $x \in \mathbb{R}$

III. $|2x - 2| = 2|x - 1|$

A) VVV B) VVF C) VFV
D) FFF E) FVV

Razonamiento y demostración

3. Resuelve:

$$|x^2 - x + 2| > x + 10$$

A) $\langle -\infty; 4]$ B) $\langle -\infty; 2\rangle$
C) $\varnothing$ D) $\langle -\infty; -4\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -2\rangle \cup \langle 4; +\infty\rangle$

4. Resuelve:

$$|3x^2 + 4| + |2x - 7| > 2$$

A) $\varnothing$ B) $\mathbb{R}^+$ C) $\mathbb{R}^-$
D) $\mathbb{R}$ E) $\mathbb{R} - \left\{\frac{7}{2}\right\}$

5. Resuelve:

$$|3x - 1| \leq 5$$

A) $\left[-\frac{4}{3}; 2\right]$ B) $\langle -\infty; 2]$ C) $\left\langle -\infty; \frac{4}{3}\right]$
D) $\left[\frac{4}{3}; 2\right\rangle$ E) $\left[\frac{5}{3}; 2\right]$

6. Resuelve:

$$\frac{|2x + 4|}{|x - 10|} = 5^0$$

A) {–14; –2} B) {–14; 2} C) {–14}
D) {–2} E) {14}

7. Halla el mayor valor de **x** que satisface.

$$|\sqrt{9x^2} - 6| = 0$$

A) 5 B) –4 C) 4 D) 3 E) 2

8. Resuelve:

$$||2x| + 4| = 9 + \sqrt{x^2}$$

A) {3; –3} B) {2; –4} C) {6; –6}
D) {4; –4} E) {5; –5}

9. Si x_0 es la solución de la ecuación:

$$\left|\frac{1}{1 - x}\right| = \left|\frac{1}{1{,}5 - x}\right|, \text{ calcula } 4x_0 - 1.$$

A) –1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

10. Resuelve:
$||x - 3| - 5| = 0$ e indica la suma de las soluciones.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

11. Halla el mayor entero negativo de:

$$|2x + 5| \geq 7$$

A) –5 B) –3 C) –4 D) 7 E) –6

Resolución de problemas

12. El valor absoluto de la diferencia del valor absoluto de un número restado de su cuadrado menos el mismo número, es igual al número dado. Determina la suma de sus valores asignados en su conjunto solución.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. El valor absoluto de la suma de uno más el valor absoluto de la diferencia del valor absoluto de un número menos dos es igual a cuatro. Determina la suma de sus posibles valores.

A) 0 B) 2 C) 10 D) 7 E) 0

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. PERCEPCIÓN / ESPACIO
Siendo: a = –4; b = 3; c = 2
d = 2; x = –4; y = –3

Tienes que llegar a una de las esquinas del tablero. Empieza por la casilla achurada. Por definición de valor absoluto sabes que |–1| = 1, el 1 nos quiere decir que debes avanzar una casilla

en la dirección que elijas: derecha, izquierda por encima o por debajo. La regla es que no podemos avanzar en diagonal, ni mucho menos salir del tablero.

Llegarás a una casilla con otro número. Vuelve avanzar en la dirección que elijas, tantas casillas como indique el número escrito en la casilla en que se encuentre y así sucesivamente hasta llegar a una de las 4 esquinas.

	$\|a\|$	3	2	
2	$\|y\|$	2	$\|-1\|$	$\|b\|$
3	1	$\|-1\|$	3	1
$\|d\|$	1	$\|x\|$	2	4
	3	3	$\|c\|$	

15. MEMORIA
Memoriza durante 40 segundos las posiciones de estos números, para ayudarte estas posiciones son equivalentes a las letras que están en cada recuadro a la derecha. Luego, tápalas

–2	2	–1	<>	A	B	C
9	–5	3		D	E	F

Haz los siguientes cambios mentalmente y responde a lo que se te solicite:

I. Intercambia la ubicación B; E.
II. Ahora cambia la posición de A y F.
III. Intercambia la B y la F.
IV. Finalmente, cambia las posiciones de A y C.

Determina el valor absoluto de la suma de los números que se encuentran dentro de los recuadros de dos esquinas contiguas.

Razonamiento y demostración

16. Halla la suma de soluciones de la ecuación:

$$\frac{x}{2} = |x| - 1$$

A) 2 B) –2 C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

17. Resuelve:

$$|x^2 - 2| = 2 - 3x$$

A) {1; 3} B) {0; 1} C) {–4; 3}
D) {–4; 0} E) {0; 3}

18. Resuelve:

$$\left|\frac{2x+1}{x-1}\right| = 3$$

A) {1} B) {4} C) $\left\{\frac{2}{5}\right\}$
D) {1; 4} E) $\left\{\frac{2}{5}; 4\right\}$

19. Resuelve:

$$|x^2 + x - 12| = 3 - x$$

A) {–3; 3; 5} B) {–5; 3; 5} C) {–5; –3; 3}
D) {–3; –3; 5} E) $\mathbb{R}$

20. Resuelve:

$$|x - 1| = x^2 - x - 1$$

A) $\{\sqrt{2}; 2\}$ B) $\{-\sqrt{2}; 2\}$ C) {–2; 2}
D) $\{\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$ E) $\{2, -2; \sqrt{2}\}$

21. Resuelve:

$$|5 - x^{-1}| < 1$$

A) $\langle -1; 2\rangle$ B) $\left\langle \frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right\rangle$ C) $\left\langle \frac{1}{6}; \frac{1}{4}\right\rangle$
D) $\varnothing$ E) $\left\langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\rangle$

22. Resuelve:

$$|2x - 3| \leq 3x - 8$$

A) $\langle 5; +\infty\rangle$ B) $[5; +\infty\rangle$ C) $\langle -\infty; 5]$
D) $\langle -\infty; 5\rangle$ E) $\mathbb{R}$

23. Desarrolla:

$$|x - 2| \leq 2x$$

A) $\mathbb{R}$ B) $\varnothing$ C) $[2/3; +\infty\rangle$
D) $x > 1$ E) $x \leq 1$

24. Halla el intervalo solución de la inecuación:

$$\frac{|x| + |x+6|}{|x+3|} \leq 2x - 5$$

A) $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right\rangle$ B) $\left\langle -\frac{5}{2}; +\infty\right\rangle$ C) $\left\langle \frac{5}{3}; +\infty\right\rangle$
D) $\left\langle \frac{7}{2}; +\infty\right\rangle$ E) $\left[\frac{7}{2}; +\infty\right\rangle$

Resolución de problemas

25. Dada la ecuación algebraica:

$$\frac{x^2 - 4}{|x+3|} = \frac{3}{2}x$$

Determina el número de raíces reales que posee dicha ecuación:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

26. Siendo:
$X = \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x^2 - 5x| < 4\}$ e
$Y = \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x^2 - 5x + 6| \leq 2\}$
entonces, $X \cap Y$ es igual a:

A) $\varnothing$ B) [1; 4]
C) $\langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 4; \infty\rangle$ D) $\left\langle \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{41}}{2}; \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{41}}{2}\right\rangle$
E) $\left\langle \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{41}}{2}; 1\right\rangle \cup \left\langle 4; \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{41}}{2}\right\rangle$

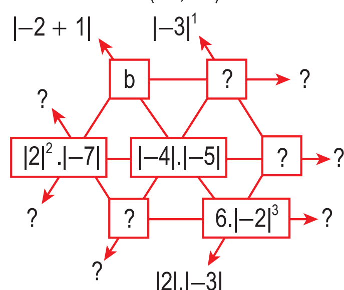
NIVEL 3

Comunicación matemática

27. CÁLCULO

Luego de realizar las operaciones según las definiciones del valor absoluto observarás que en cada recuadro se cruzan tres flechas donde cada una señala a una cifra exterior. Cada número del interior del recuadro será igual al producto de los tres números exteriores a los que señalan dichas flechas. Reemplaza cada interrogante por un número y completa el esquema según estas normas.

Considera: $b \in \mathbb{Z}^+ \Leftrightarrow b \in \langle 13; 15\rangle$



28. Sea la igualdad:

$|x - a + b| = |x + a - b|$ ... (*)

entonces la proposición verdadera es:

A) (*) si y solo si: $x = 0 \vee a^2 = b^2$
B) (*) si y solo si: $x = a = b$
C) (*) si y solo si: $x = 0 \wedge a = b$
D) (*) si y solo si: $x = 0 \vee a = b$
E) (*) si y solo si: $x = a = -b$

Razonamiento y demostración

29. Halla el intervalo solución de:

$$|x|x \leq 1$$

A) $\mathbb{R}$ B) $[-1; 1]$ C) $[0; 1]$
D) $\langle -\infty; 1]$ E) $\langle -\infty; -1]$

30. Indica el conjunto solución de:

$||x^2 + x + 1| - x^2| + |x + 1| = 2$

A) {0; 2} B) {–2; 0} C) {1; –2}
D) {0; 1; 2} E) {–1; 2}

31. Si el conjunto solución de la inecuación.

$$|2x - 1| < |x - 2|$$

es $\langle a; b\rangle$, determina: $(a + b)$

A) 2 B) 0 C) 3 D) –3 E) –1

32. Calcula la suma de los valores enteros de x, que verifiquen la igualdad:

$$\sqrt{2x - 6} + \sqrt{12 - |x|} \geq 0$$

A) 68 B) 75 C) 78 D) 96 E) 84

33. Halla el CS de $x^2 - 2|x| - 15 \leq 0$

A) $\langle 0; 5]$ B) $[0; 5]$ C) $[-5; 5]$
D) $[3; 5]$ E) $[5; 15]$

34. Resuelve:

$$|2x - 1| < |x + 3|$$

A) $\langle -3; 1/2\rangle$ B) $\langle -2/3; 4\rangle$ C) $\langle 0; 1/2\rangle$
D) $\langle 1/2; 4\rangle$ E) $\langle -1; 2\rangle$

35. Resuelve:

$$\left|\frac{x - 1}{x + 2}\right| > 2$$

A) $\langle -3; -1/3\rangle - \{-2; -1\}$
B) $\langle 1; 2\rangle$
C) $\langle -2; 1\rangle$
D) $\langle -5; -1\rangle - \{-2\}$
E) $\langle -2; 0\rangle$

36. Resuelve e indica el mayor intervalo solución:

$$2x^2 - 7|x| + 3 \geq 0$$

A) $\langle -1; 1\rangle$ B) $[2; 7]$ C) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
D) $\langle -\infty; -3]$ E) $[3; +\infty\rangle$

Resolución de problemas

37. Dada la función $f(x) = \dfrac{5x^2 - 7x - 6}{x + \frac{3}{5}}$, definida sobre $\left\langle -\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\right]$.

Halla el rango de $|f(x)|$.

A) $\left\langle -\frac{13}{5}; \frac{-7}{5}\right]$ B) $\left[-\frac{13}{5}; -\frac{7}{5}\right\rangle$ C) $\left[\frac{7}{5}; \frac{13}{5}\right\rangle$
D) $[7; 13\rangle$ E) $\langle 7; 13]$

38. Sean los conjuntos:

$A = \{x \in \mathbb{R} / |x - |x|| \leq 1\}$ y
$B = \{x \in A / |x - |x| - 1| \leq 1\}$
Determina el conjunto: A – B

A) $\varnothing$ B) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ C) $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$
D) $\left[-\frac{1}{2}; 0\right\rangle$ E) $[0; \infty\rangle$

Claves

NIVEL 1	6. B	12. D	17. D	23. C	28. D	34. B
1.	7. E	13. E	18. E	24. E	29. D	35. D
2. A	8. E	NIVEL 2	19. C	25. B	30. B	36. E
3. E	9. E	14.	20. B	26. A	31. B	37. D
4. D	10. C	15.	21. C	NIVEL 3	32. B	38. D
5. A	11. E	16. C	22. B	27.	33. C	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: LOGARITMOS

1 Calcula x en:

$\left(\log_{\sqrt{2}} x^5\right)\left(\log_{x^5}(2x^2)\right) = 2\log_4 256$

A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) 3 E) 2

2 Efectúa:

$K = \sqrt{\dfrac{2^{2+\log_7 5} + 5^{\log_7 14}}{5^{\log_7 2}}}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 3 E) 4

3 Calcula x, si x > 0 en:

$\log_x x^x + \log_{x^2} x^{x^2} = 4$

A) 5 B) 3 C) 2
D) 8 E) 1

4 Calcula:

$A = \log_6 216 + \log_2 64 + \log_{13} 169$

A) 5 B) 6 C) 11
D) 8 E) 9

5 Halla:

$B = \dfrac{3}{\log_2 8 + \log_2 9} + \dfrac{2}{\log_3 24 + \log_3 3}$

A) 2 B) 4 C) 3
D) 1 E) 6

6 Si $\log 25 = a$ y $\log 9 = b$

Calcula $E = \dfrac{\log 225}{a + b}$

A) 1 B) $a + b$ C) 45
D) $a - b$ E) $\dfrac{2ab}{a+b}$

7 Calcula x en:
$\text{antilog}_x \text{antilog}_{\sqrt{2}} \text{antilog}_2 3 = 625$; e indica un valor.

A) 25 B) 10 C) $-\sqrt{10}$
D) 5 E) 2

8 Halla el valor de **a** de modo que la ecuación en **x**, tenga solución única.
$2\log(x+3) = \log(ax)$

A) 3 B) –3 C) 0
D) 12 E) 6

9 Calcula:
$E = \log_{\frac{1}{2}} 2^{2^2}$

A) –4 B) –8 C) –12
D) –16 E) –20

10 Halla x.

$$\frac{1}{\log_{x+3}10} + \frac{1}{\log_{x+1}10} = \frac{1}{\log_{x-2}\sqrt{10}}$$

A) 4 B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$
D) 1 E) $\varnothing$

11 Si: $\log\left(1-\frac{1}{3}\right) + \log\left(1-\frac{1}{4}\right) + \log\left(1-\frac{1}{5}\right) + ... + \log\left(1-\frac{1}{n}\right) = -3$
Halla n.

A) 2000 B) 4000 C) 1000
D) 200 E) 100

12 Halla **x** de manera que los números: log2, $\log(2^x - 1)$, $\log(2^x + 3)$ estén en progresión aritmética.

A) 2 B) $\log_2 5$ C) log2
D) $\log_5 2$ E) log5

13 Resuelve:
$2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 140$ e indica una solución.

A) log2 B) log5 C) $\log_2 10$
D) $\log_2 5$ E) $\log_5 10$

14 Si log 2 = a; log 3 = b, calcula $\log_6 15$ en función de a y b.

A) a + b B) a – b C) b – a + 1
D) $\frac{a+b}{b-a+1}$ E) $\frac{b-a+1}{a+b}$



Claves

1. B	3. C	5. D	7. D	9. A	11. A	13. C
2. D	4. C	6. A	8. D	10. E	12. B	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica falso (F) o verdadero (V) en:

I. $a^{\log_a b} = b,\ b > 0 \wedge a \in \mathbb{R}$ ( )

II. $\log_5 12 - \log_5 4 = \log_5 8$ ( )

III. $\log_4 6 = \log_{64} 216$ ( )

A) FVF B) FFV C) FVV
D) VVF E) VFV

2. Dado un número ______ **b** positivo diferente de la unidad llamado base y un número **N** real positivo; se denomina ______ del número **N** en base **b** y se expresa ______ al exponente **x** (real) al cual hay que ______ la base para obtener el número.

A) complejo - logaritmo - lnN - multiplicar

B) irracional - cologaritmo - $\text{colog}_b N$ - dividir.

C) racional - logaritmo - $\log_b N$ - elevar

D) real - logaritmo - $\log_b N$ - elevar

Razonamiento y demostración

3. Halla **n**, si $n > 0$.

$\log_3(3n^2 + 2n + 11) = 3$

A) 2 B) 7 C) 3
D) 4 E) 6

4. Calcula:

$R = \log_9 27 + \log_4 16$

A) 5/6 B) 3/4 C) 7/2
D) 9/2 E) 7/3

5. A partir de:

$n\log n = 3\log 36;\ n > 0$

$m\log m = \log 256;\ m > 0$

Calcula el valor de: $\log(m + n)$

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$
D) 0 E) $\frac{1}{4}$

6. Calcula el valor de **n** que cumpla la ecuación:

$$\log_2 n + \log_2\left(1 + \frac{5}{n}\right) + \log_2\left(1 + \frac{3}{n+5}\right) + \log_2\left(1 + \frac{4}{n+8}\right) = 6$$

A) 62 B) 48 C) 52
D) 44 E) 56

7. Calcula x en la igualdad:

$$x^{\log_x x^3} + 27x^{\log_x x} = 9x^{\log_x x^2} + 27,\ \ (x > 0 \wedge x \neq 1)$$

A) 9 B) 6 C) 3
D) 1 E) 27

8. Halla el valor de:

$$E = \sqrt[\log_d a]{\sqrt[\log_c d]{\sqrt[\log_b c]{\sqrt[\log_a b]{n^{\frac{\log 5}{\log n}}}}}}$$

A) n B) $\log_n 5$ C) a
D) 5 E) b

9. Si se cumple que:

$$\log\left(\frac{p^2 + q^2}{2}\right) = \log p + \log q$$

Calcula:

$\log_q p + \log_p q + 20$

A) 22 B) 0 C) 7
D) 8 E) 4

10. Halla:

$E = \log_6 216 + \log_8 64 + \log_{13} 169 + \log_{2010} 2010$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

Resolución de problemas

11. Sabiendo que **a** y **b** son números reales positivos distintos a la unidad, tal que **ab** = **1**, calcula:

$$k = a^{\log_b 0{,}5} + b^{\log_a 0{,}2}$$

A) 8 B) 6 C) 9
D) 10 E) 7

12. La base (b) de un sistema de logaritmos, un número (N), su logaritmo y el logaritmo de su raíz cúbica forman una proporción. Si la suma de los antecedentes es igual al triple del número, más 1/7. Determina la base.

A) $\sqrt[6]{3}$ B) $2\sqrt[6]{3}$ C) $3\sqrt[6]{3}$
D) $4\sqrt[6]{3}$ E) $5\sqrt[6]{3}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Coloca verdadero (V) o falso (F) entre los paréntesis según corresponda.

- $\log_2 x^2 = \frac{1}{2}$ ( )
- $\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n}\log_b x$ ( )
- $\log_6 5^2 - 2\log_6 5 = 1$ ( )
- $\log_2 3^5 + 5\log_2 3 = 10\log_2 3$ ( )

A) VVVV B) VVFF C) FFVV
D) FVFV E) FFFV

14. Relaciona con > (mayor que); < (menor que) o = (igual) las siguientes proposiciones:

$\log_{81}3$	☐	$\log_{32}2$
$\log_{27}3$	☐	$\log_{36}6$
$\log_4 16$	☐	$\log_5 25$
$\log_{100}1$	☐	$\log_{100}100$

Razonamiento y demostración

15. Si se sabe que:

$a = \log_2 b$

$b = \log_2 c$

$c = \log_2 d$

$bcd = 128$

$b + c = 6$

Calcula: $J = \sqrt[a+b]{c.d}$

A) 6 B) 2 C) 4
D) 3 E) 1

16. Calcula **a** en:

$$4\log_7\left(\frac{a}{2}\right) + 3\log_7\left(\frac{a}{3}\right) = 5\log_7 a - \log_7 27$$

A) 2 B) 4 C) 3
D) 7 E) 5

17. Calcula:

$$\sqrt[3]{5^{\frac{1}{\log_7 5}} + \frac{1}{\sqrt{-\log\left(\frac{1}{10}\right)}}}$$

A) $\sqrt[3]{2}$ B) 2 C) $\sqrt[3]{4}$
D) $\sqrt[3]{5}$ E) 3

18. Halla **x**:

$$2^{4x} - 5(2^{2x}) + 6 = 0$$

A) $\log_2 3$ B) $\log_2 9$ C) $\log_2\left(\frac{3}{2}\right)$

D) $\frac{\log_2 3}{2}$ E) $\log_2 6$

19. Si se cumple:

$x = 8^{\log_{27} x^a}$; $\{x; a\} \in \mathbb{R}^+$

Halla $\log_{12}2$ en términos de **a**.

A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{1}{2a}$ C) $\frac{1}{a+2}$

D) $\frac{1}{a-1}$ E) $\frac{1}{a-2}$

20. Si $\log_4 y = 2$, halla el valor de **x** para que se cumpla:

$$\log_4 \frac{x^2y^3}{16} = 5$$

A) 1 B) $2 \vee -2$ C) $-1 \vee 1$
D) $2 \vee 1$ E) -2

21. Calcula:
$P = \log_2 \text{antilog}_2 \text{colog}_2 4$

A) -3 B) -2 C) -1
D) 0 E) 1

Resolución de problemas

22. Dada la siguiente ecuación:

$$\log(2x-1)^n + \log(x-1)^{n\log 10} = n$$

Halla **x** sabiendo que **n** es cualquier entero positivo y log es el logaritmo en base 10.

A) 6 B) 3 C) 4
D) 2 E) 3/2

23. Se presenta la siguiente secuencia:

$$(\log_2 A) - 1;\ \log_{AB}2;\ 3 - \log_2 B$$

Considerando dicha formación en ese orden se cumple a la vez una progresión aritmética y geométrica respectivamente. Calcula el valor que toma la siguiente expresión:

$$\log_2\left(\frac{B}{2A}\right)$$

A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$

D) 3 E) $\frac{6}{3}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Si: $\log(|x| - 1) = 1 + 2\log_{\sqrt[3]{10}}\sqrt{2}$

Se puede afirmar que: $\sqrt[4]{|x|} - 1$

A) Es un número irracional.
B) Es un número negativo.
C) Es un número impar.
D) Es múltiplo de 4.
E) Es un número par.

25. ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I. $\log_4 65 \ > \ \log_7 40$
II. $\log_3 70 \ > \ \log_9 80$
III. $\log\sqrt{4} \ = \ \log_{100}4$
IV. $\log_3 25 < 3 < \log_4 67$

A) Todas B) 1 C) 2
D) 3 E) Ninguna

Razonamiento y demostración

26. Calcula **x** en:

$$\log_2 x + \log_4 x + \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\sqrt{2}} x = \frac{15}{2}$$

A) 8 B) 10 C) 12
D) 9 E) 11

27. Calcula **E**, si $x = \sqrt[10]{3}$

$$E = \log_x\left(3^{\log_{\sqrt{3}} x} + 4^{\log_2 x} + 6^{\log_{\sqrt{6}} x}\right)$$

A) 11 B) 3 C) 10
D) 9 E) 12

28. Resuelve:

$$2^{\log_7(x^2 - 7x + 21)} = 3^{\log_7 4}$$

Luego, indica el mayor valor.

A) 3 B) 4 C) 2
D) 7 E) 10

29. Reduce:

$$J = \sqrt[3]{25^{\log_5 3} + 81^{\log_3 2} + \sqrt[3]{2}^{\log_4 64}}$$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 9 E) 4

30. Si **x** e **y** son números positivos, tales que:

$$\log_3 x^2 = a,\ \log_3 y^2 = b$$

Calcula:

$$S = 20\log_9\left(\sqrt[10]{\frac{x}{y}}\right)$$

A) $a - b$ B) $\frac{a-b}{4}$ C) $\frac{a+b}{2}$
D) $\frac{a-b}{2}$ E) $2(a + b)$

31. Halla el dominio de la función:

$$f(x) = \log(\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x})$$

A) $[-4; 0\rangle$ B) $[4; 6]$ C) $\langle 4; 6\rangle$
D) $[4; +\infty\rangle$ E) $[6; +\infty\rangle$

32. Efectúa:

$$\frac{3}{\log_2 45 + 3} + \frac{2}{\log_3 40 + 2} + \frac{1}{\log_5 72 + 1}$$

A) 2 B) –1 C) 1
D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

Resolución de problemas

33. Sea la sucesión $a_n (n > 0)$ definida por: $\mathbf{a_n = \log p}$; si existe un primo **p** y un **k** entero no negativo tal que $\mathbf{n = p^k}$ y $\mathbf{a_n = 0}$ en cualquier otro caso. Entonces, la suma de los términos $\mathbf{a_m}$, donde **m** es un divisor (positivo) de 72, es igual a:

A) log8 B) log24 C) log36
D) log72 E) log144

34. Si se tiene: $\log_2 n = M$;
$\log_2 n = N$

Determina el logaritmo de **n** en base **P**, que es igual al producto de 10 términos de una progresión geométrica cuyo primer término es 2 y la razón de la progresión 3.

A) $\frac{M}{10N + M}$ B) $\frac{MN}{10N + 45M}$
C) $\frac{10N}{45M + 10N}$
D) $\frac{8N}{M + N}$ E) $\frac{MN}{10M + 15N}$

35. Halla el valor de:

$$M = \frac{1}{1 + \log_3(10e)} + \frac{1}{1 + \ln(30)} + \frac{1}{1 + \log(3e)} + \frac{1}{\log_3(e)} - 1$$

Donde **e** es la base de logaritmo neperiano.

A) ln5 B) ln3 C) ln2
D) ln9 E) ln7



Claves

NIVEL 1					
1. B	8. D	15. C	23. C	30. D
2. D	9. A	16. B	**NIVEL 3**	31. B
3. A	10. B	17. B	24. E	32. C
4. C	11. E	18. D	25. A	33. E
5. B	12. C	19. C	26. A	34. B
6. C	**NIVEL 2**	20. B	27. E	35. B
7. C	13. D	21. B	28. B	
	14.	22. B	29. B	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: FUNCIONES

1 ¿Cuántos de los siguientes conjuntos representan a una función?

F = {(1; 2), (2; 3), (3; 4), (4; 5)}
G = {(7; 4), (–2; 6), (–1; 0), (–2; 3)}
H = {(0; 0)}
I = {(1; 6), (2; 6), (3; 6), (1; –6)}

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

2 Representa en un diagrama la siguiente relación:

$R = \{(x; y) \in A \times B / y = x + 1\}$

Siendo: A = {3; 4; 5} y B = {0; 4; 6; 8}

3 Dada la función f = {(2; m), (3; n + m), (2; 7), (1; 5), (3; 8)}
Halla m^{-n}.

A) 1/3 B) 1/7 C) 1/4
D) 1/5 E) 1/8

4 Si $f(x) = x^2 + x - 3$ y $Domf = \{x / x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$
Determina su rango.

A) Ranf = {–1; 2; 4; 9}
B) Ranf = {–2; –3; 9; 17}
C) Ranf = {–7; 9; 90; 17}
D) Ranf = {1; 9; 17; 16}
E) Ranf = {–1; 3; 9; 17}

5 Halla el rango de la función:

$F(x) = 4 + 2x - x^2 \quad ; \quad x \in [-2; 3\rangle$

A) RanF = [–4; 5]
B) RanF = ⟨4; 5⟩
C) RanF = [–2; 0]
D) RanF = [–4; –5]
E) RanF = [–4; 5⟩

6 Halla el rango de:

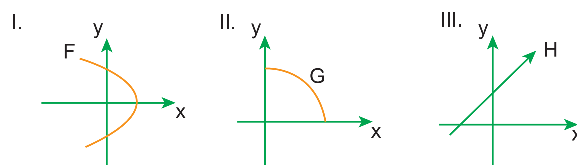
$f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R} - \{1\}$
C) $\mathbb{R} - \{-2\}$
D) $\mathbb{R} - \{2\}$
E) $\mathbb{R} - \{2; 1\}$

7 Halla el dominio de $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

A) $\langle -2; 2\rangle$ B) $[-2; 2]$ C) $[-2; 2\rangle$
D) $\langle -2; 2]$ E) $[-2; 3]$

8 ¿Qué gráficas son funciones?



A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

9 Sea f: $\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$ / $f(x) = -3x$
Dibuja su gráfica.

10 Grafica la función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{4}{x}$

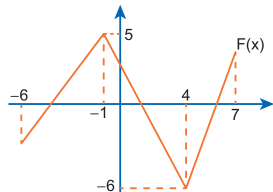
11 Halla el dominio de: $f(x) = \frac{x-3}{x^2-4}$

A) Domf = $\mathbb{R}$ B) Domf = $\{2; -2\}$
C) Domf = $\mathbb{R}-\{\pm 2\}$ D) Domf = $\{\pm 4\}$
E) Domf = $\mathbb{R}-\{\pm 4\}$

12 Halla el dominio de $F(x) = \sqrt{5-x} + \sqrt{x+4}$
y da como respuesta la suma de valores enteros de su dominio.

A) 5 B) 20 C) 39
D) 15 E) 0

13 De la siguiente función f(x), su dominio, rango, su máximo y mínimo valor son: [a; b]; [a; c]; m y n respectivamente, indica $a + b + c + m + n$



A) 5 B) 8 C) –3
D) 6 E) –9

14 Determina si la función es directamente proporcional o inversamente proporcional.

⇒ $y = 2x$ → ☐

⇒ $f(x) = \frac{1}{3}x$ → ☐

⇒ $g(x) = \frac{4}{x-2}$ → ☐

⇒ El área de un cuadrado y su lado. ☐

⇒ Número de albañiles y sus eficiencias. ☐



Claves

1. C	3. B	5. A	7. C	9.	11. C	13. A
2.	4. E	6. B	8. E	10.	12. A	14.



Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Dados los conjuntos:

M = {a; b; c}

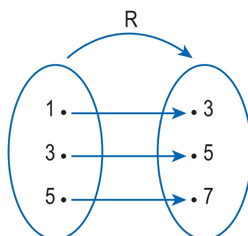
N = {3; 5; 7}

Coloca verdadero (V) o falso (F):

a) $F_1 = \{(a; 5); (b; 7), (c; 5)\} \in M \times N$ ...( )

b) $N \times M = \{(3; a), (3; b), (3; c), (5; a), (5; b), (5; c), (7; a); (7; b), (7; c)\}$ ...( )

c)



Es una relación M en N. ( )

d) $F_2 = \{(a; 7), (b; 3)\}$

Es una función M en N. ( )

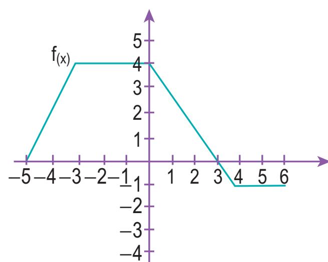
e) $F_3 = \{(3; a), (5; b), (7; b); (3; c)\}$

Es función M en N. ( )

A) VVFVF B) VVFVV C) FVFVV

D) FFVVV E) VFVFF

2. Completa:



A) Dominio de f(x) = ☐

B) Rango de f(x) = ☐

C) Si $x \in [-5; -3]$; f(x) es una función llamada: ☐

D) Si $x \in [-3; 0]$; f(x) es una función llamada: ☐

E) f(4) = ☐; f(–2) = ☐

Razonamiento y demostración

3. Dadas las relaciones:

$A = \{3; 6; 9; 10\}$ y $B = \{0; 2; 7\}$.

Indica n.° de elementos de R.

$R = \{(a; b) \in A \times B / a < b\}$

A) 0 B) 1 C) 2

D) 4 E) 5

4. Halla el valor de a en la función:

$F = \{(3; 4), (a; 7), (2; 1), (3; a^2), (4; 0)\}$

A) 2 B) –2 C) –3

D) A o B E) A o C

5. Sean:

$F(x) = 4x - 1$

$G(x) = 2x + 13$

Halla F(G(–7))

A) –1 B) –2 C) –3

D) –4 E) –5

6. Halla el dominio de:

$f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$

A) Domf = $\mathbb{R} - \{3\}$ B) Domf = $\mathbb{R} - \{-3\}$

C) Domf = $\mathbb{R}$ D) Domf = $\mathbb{R} - \{0\}$

E) Domf = { }

7. Halla el rango de:

$f(x) = 4x - 3; x \in [-1; 3]$.

A) Ranf = $[-7; 9]$ B) Ranf = $\langle -7; 9]$

C) Ranf = $[-7; 9\rangle$ D) Ranf = $\langle -7; 9\rangle$

E) Ranf = $[7; 9\rangle$

8. Sea la función definida por:

$g(x) = 2x^2 + 3x + 2; x \in \mathbb{R}$

Determina su rango.

A) $[7; +3\rangle$ B) $[8, +3\rangle$ C) $[-3; 8]$

D) $[7/8; +\infty\rangle$ E) $\mathbb{R}$

9. Grafica la función:

$f(x) = x^2 - 2x + 2; x \in \{1; 2; 3; 4\}$

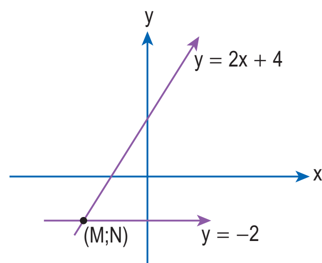
10. Si 20 obreros construyen un puente en 8 días, determina una función e indica cuántos días demorarán 16 obreros en construir dicho puente.

A) 12 B) 15 C) 10

D) 24 E) 16

Resolución de problemas

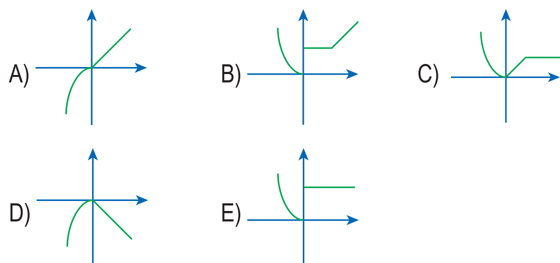
11. Determina de la gráfica: M + N



A) −2 B) −3 C) −5
D) 4 E) −4

12. Determina la gráfica aproximada de:

$$f(x) = \begin{cases} x^2;\ x < 0 \\ 2\ ;\ 0 \leq x < 4 \\ x\ ;\ 4 \leq x \end{cases}$$



NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Completa:

A) En una función f: si (a; b) ∈ f y (a; c) ∈ f ⇒ ☐

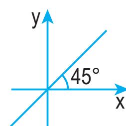
B) Las funciones reales tienen su dominio y rango incluidos en ☐

C) La función: $g(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

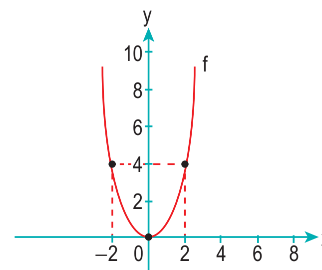
Está restringido para valores de x donde: ☐

D) El dominio de $f(x) = \sqrt{Q(x)}$ se calcula haciendo: ☐

E) La siguiente gráfica corresponde a una función llamada: ☐



14. Dada la gráfica de la función f.



Determina:

A) La regla de correspondencia.

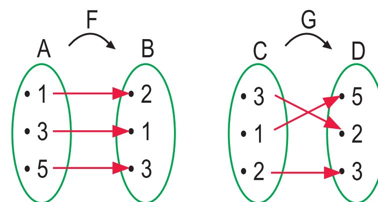
B) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

C) Mínimo relativo.

D) Vértice de la parábola.

Razonamiento y demostración

15. Dadas las funciones:



Calcula:

$$K = \frac{F(1) + G(3)}{F(G(1)) + F(G(2))}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

16. Dados los conjuntos

A = {3; 5; 7}

B = {2; 4, 6}

Se definen las relaciones:

$R_1 = \{(x; y) \in A \times B \ / \ x + y = 9\}$

$R_2 = \{(x; y) \in A \times B \ / \ y = 4\}$

Calcula: $Dom(R_1 - R_2)$

A) {3; 7} B) {5; 7} C) {3; 5; 7}
D) {5} E) {7}

17. Halla el dominio y el rango de $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

A) Domf: ℝ − {2}
Ranf: ℝ

B) Domf: ℝ
Ranf: ℝ − {1}

C) Domf: ℝ − {1}
Ranf: ℝ

D) Domf: ℝ − {2}
Ranf: ℝ − {1}

E) Domf: ℝ − {2}
Ranf: ℝ − {2}

18. Determina el rango de la función:
$f(x) = 2 - 3x$; si el Domf $\in [-3; 2]$

A) $\langle -4; 11 \rangle$ B) $\langle -4; 11]$ C) $[-4; 11\rangle$
D) $\langle -4; 12 \rangle$ E) $[-4; 11]$

19. Halla el dominio de la función:
$f(x) = \dfrac{4x-1}{\sqrt{5-x}}$

A) $\langle -\infty; 5]$ B) $\langle -\infty; -5]$ C) $\langle -\infty; 5\rangle$
D) $\langle -\infty; \frac{1}{4}\rangle$ E) $\langle -\infty; -\frac{1}{4}\rangle$

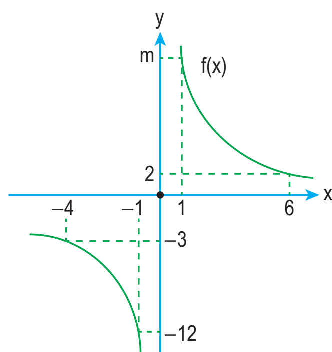
20. Halla el dominio de:
$f(x) = \dfrac{x^5 - 5x^4 + 6x^3}{x(x-2)(x-3)}$

A) $\mathbb{R} - \{0; 3; -2\}$ B) $\mathbb{R} - \{0; 2; 3\}$
C) $\mathbb{R} - \{0; 2\}$ D) $\mathbb{R}$
E) $\mathbb{R} - \{2\}$

21. La función $y = ax + b$ intercepta al eje y en el punto (0; 12) y al eje x en (6; 0); determina $a + b$.

A) 13 B) 9 C) 10
D) 8 E) 16

22. De acuerdo a la gráfica calcula el valor de f(1).



A) 12 B) 10 C) 8
D) 4 E) 11

Resolución de problemas

23. Halla el rango de la función:
$f(x) = \dfrac{x^2+3}{x^2+2}$

A) Ranf = $\langle 1; 3/2]$ B) Ranf = $\langle 1; 2/5]$
C) Ranf = $[1; 3/2\rangle$ D) Ranf = $[1; 3/2]$
E) Ranf = $\langle 1; 2/5\rangle$

24. Si $F(x) = ax^2 + bx + c$; $a > 0$
$F(0) = 2$; $Ran(F) = [1; +\infty\rangle$

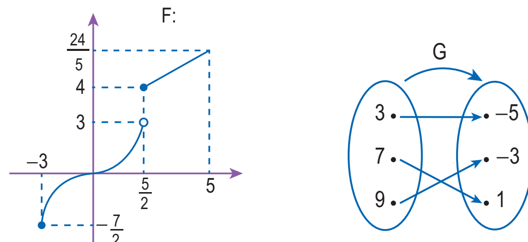
Halla: $\dfrac{91a^2 - 5b^4}{11ab^2}$

A) 1/8 B) 3/5 C) 1/4
D) 3/8 E) 2/7

NIVEL 3

Comunicación matemática

25. Sean las funciones F y G.



Completa:

A) DomF: ____ DomG: ____

RanF: ____ RanG: ____

B) $F(5) + G(3) =$ ____ + ____ = ____

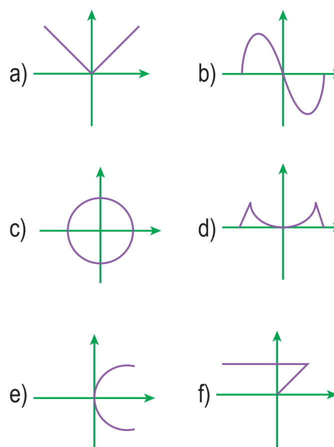
$F(0) - G(7) =$ ____ + ____ = ____

C) $F(G(9)) = F($ ____ $) =$ ____

D) ¿F es una función creciente o decreciente?

Rpta: ____

26. Indica el número de gráficas que representa a una función.



A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Razonamiento y demostración

27. Si $R = \{(0; 2), (5; 8), (0; a-b), (5; a^2-b^2)\}$
Es función, determina a^{-b}.

A) 3 B) 1 C) 1/3
D) 2/3 E) 0

28. Sean:

$H = \{(3; 4), (-7; 9), (7; -9), (4; 2)\}$

$G = \{(-2; 11), (0; 6), (-3; 1), (1; 2)\}$

Calcula: $C = \dfrac{H(4)+G(0)}{G(1)-H(7)} + \dfrac{3}{G(-2)}$

A) $\frac{5}{11}$ B) $\frac{7}{13}$ C) 1
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{12}$

29. Sean las funciones:

$F = \{(-2; b), (0; 3), (5; 4)\}$

$G = \{(3; -2), (4; 0), (7; 5)\}$

Halla el valor de b si se cumple que:

$$\frac{F(-2)+G(7)}{G(3)+F(5)} = 2$$

A) -2 B) 0 C) 5
D) 3 E) -1

30. Si: $f(x) = x - 1$

Donde $x = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$

Determina un par ordenado del conjunto f(x).

A) $(0; -1)$ B) $(0; 1)$ C) $(-3; 2)$
D) $(1; 2)$ E) $(-3; 0)$

31. Sea la función: $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$; además $= [-4; -1]$.

Halla el dominio:

A) $[-2; 4]$ B) $[-2; 5]$ C) $[-1; 2]$
D) $[-4; -1]$ E) $[-4; 2]$

32. Si $y = F(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$

Encuentra el rango de F.

A) $\mathbb{R} - \{3\}$ B) $\mathbb{R} - \{1\}$ C) $\mathbb{R} - \{2\}$
D) $\mathbb{R} - \{-3\}$ E) $\mathbb{R} - \{-2\}$

33. Halla el dominio de la función:

$$F(x) = \frac{x-7}{x^2+2x-8}$$

A) $DomF = \{-4\}$ B) $DomF = \mathbb{R} - \{-4\}$
C) $DomF = \mathbb{R} - \{2\}$ D) $DomF = \mathbb{R} - \{2; 4\}$
E) $DomF = \mathbb{R} - \{-4; 2\}$

34. Grafica $y = |x + 3|$ e indica el dominio y rango.

A) $\mathbb{R}; \mathbb{R}^+$ B) $\mathbb{R}; y \geq 0$
C) $x \geq 0; y \geq 0$ D) $x \geq 3; y \geq -3$
E) $x > 3; y > -3$

35. Determina las coordenadas del vértice de la parábola:

$f(x) = x^2 - 6x + 3$

A) $(6; 3)$ B) $(3; -6)$ C) $(1; -6)$
D) $(3; -1)$ E) $(0; 3)$

Resolución de problemas

36. Un auto viaja a 80 km/h y demora en llegar a su destino 3 horas. ¿A qué velocidad deberá ir si desea recorrerlo en 2 horas?

A) 60 km/h B) 90 km/h C) 120 km/h
D) 160 km/h E) 100 km/h

37. Sean las funciones:

$h(x) = -4x^2 - 8x - 1$

$g(x) = 2x^2 + 8x + 1$

Halla: $\text{Ran}h(x) \cap \text{Ran}g(x)$

A) $[-3; -7]$ B) $\left[-7; \frac{-9}{2}\right]$ C) $[3; +\infty\rangle$
D) $\mathbb{R}$ E) $[-7; 3]$

38. Si F es una función lineal, de manera que $F(1) = 2$ y $F(2) = 1$; determina: $F(20) + F(-18)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5



Claves

NIVEL 1
1. A
2.
3. C
4. B
5. E
6. B
7. A
8. D
9.
10. C
11. C
12. B

NIVEL 2
13.
14.
15. A
16. A
17. D
18. E
19. C
20. B
21. C
22. A
23. A
24. C

NIVEL 3
25.
26.
27. C
28. C
29. E
30. A
31. A
32. C
33. E
34. A
35. B
36. C
37. E
38. D

Aplicamos lo aprendido





TEMA 4: PROGRESIONES

1 En una PA: $t_5 = 16$; $t_{10} = 6$
Determina la razón.

A) 2 B) 4 C) –4
D) –2 E) 10

2 Halla n en la PA.
: (n – 1); (n + 3); (3n – 1)

A) 1 B) 3 C) 4
D) 7 E) 9

3 En una PA se sabe que el cuarto término es 16 y el décimo es 28. Halla la razón.

A) 3 B) 2 C) 1
D) 4 E) 5

4 En una PA se sabe que el cuarto y séptimo término dan por suma 71, que el sexto y decimoprimero suman 113. Halla el término 51.

A) 355 B) 453 C) 354
D) 156 E) 553

5 Determina x + y si ambos son términos centrales.
: 12; ... x ...; 84 (PA)

:: 3; ... y ...; 243 (PG)

A) 48 B) 27 C) 70
D) 75 E) 96

6 Calcula la suma límite:
$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{48} + ...$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{3}{2}$

7 En una PA se sabe que:
$S_n = 17\,400$; $a_n = 1440$; $r = 60$
Halla n.

A) 10 B) 30 C) 15
D) 20 E) 70

8 Dada la PA: 5; ...; 47; ...; 159, donde el número de términos que hay entre 47 y 159 es el triple del número de términos que hay entre 5 y 47. El número de términos de la PA es:

A) 20 B) 23 C) 22
D) 21 E) 18

9 En una PG de tres términos, la suma de ellos es 117 y su producto 19 683. Halla el 2.° término, si la razón es mayor que 1.

A) 27 B) 9 C) 81
D) 243 E) 729

10 La suma de los términos de una PA es 425 y su término central 17. El número de términos es:

A) 15 B) 25 C) 30
D) 35 E) 50

11 ¿Cuál es el término central de una progresión geométrica de 3 términos positivos si el producto de los 2 primeros es 24 y el producto de los 2 últimos es 54?

A) 6 B) 9 C) 12
D) 7 E) 10

12 En una PG se conoce que:
$t_1 = 12$; $t_n = 972$; $S_n = 1452$
Halla n.

A) 3 B) 4 C) 2
D) 6 E) 5

13 La suma de los 8 primeros términos de una PG es igual a 82 veces la suma de los cuatro primeros términos. Halla la razón.

A) 3 B) 1 C) 2
D) 4 E) 6

14 En una PG; $S_n = 5^n - 1$ representa la suma de los n primeros términos. Halla el cuarto término.

A) 625 B) 624 C) 250
D) 124 E) 500



Claves

1. D	3. B	5. D	7. D	9. A	11. A	13. A
2. C	4. C	6. D	8. D	10. B	12. E	14. E



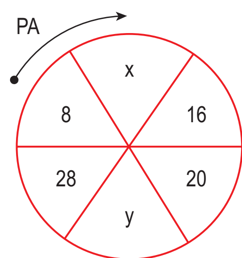
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

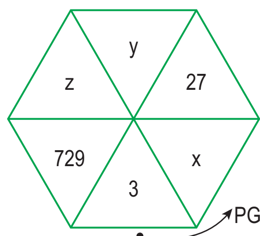
1. Los números de la siguiente figura siguen una progresión aritmética en sentido horario $a_1 = 8$.



Determina: $\frac{y}{x}$

A) 12 B) 1/2 C) 2
d) 4 E) 24

2. En la siguiente figura los números están en PG de razón $q > 0$ y sentido antihorario. $a_1 = 3$



Determina: $\frac{xy}{z}$

A) 9 B) 27 C) 1
D) 3 E) 81

Razonamiento y demostración

3. En la siguiente PA determina el valor de y.

$:y^2; 2y + 8; 22 - y; ...$

A) 3 B) 2 C) 1
D) 5 E) Más de una es correcta

4. Calcula $S = 1 + 3 + 5 + 6 + ... + 131$

A) 4220 B) 4356 C) 1300
D) 1310 E) 5320

5. En una PA se cumple:

$a_1 + a_5 = 14$

$a_3 + a_6 = 20$

Calcula: a_4

A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 11

6. En las PA:

$: -9 ; -3 ; ...$

$: 5 ; 10 ; ...$

Dos términos correspondientes tienen un mismo valor, ¿cuál es el lugar que ocupan?

A) 13 B) 15 C) 18
D) 20 E) 12

7. En la progresión aritmética: t_1; t_2; t_3;... halla t_4, si se conoce:

$t_2 + t_6 = 12$; $t_5 + t_9 = 60$

A) 4 B) 8 C) 12
D) 6 E) 10

8. En una PG se conoce que:

$t_1 = 12$; $t_n = 972$; $S_n = 1452$

Halla n.

A) 3 B) 4 C) 2
D) 6 E) 5

9. Si n es un entero positivo calcula:

$(1 + 2 + ... n)^2 - (1^3 + 2^3 + ... n^3)$

A) n3(n +1) B) n(n + 1)2 C) 2
D) 0 E) –1

Resolución de problemas

10. Si se sabe que m; m^2 y 3m son los tres primeros términos de una PA, entonces la suma de los 10 primeros términos es:

A) $4m^2 - 3$ B) 34 C) $8m^2 + 4$
D) 110 E) 98

11. El número de términos de una progresión aritmética comprendido entre 23 y 59 es el doble del comprendido entre 3 y 23, halla la razón.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

12. Dada la PA:

: 5; ...; 47; ...; 159; se sabe que el número de términos que hay entre 47 y 159 es el triple del número de términos que hay entre 5 y 47. Determina la razón de esta progresión.

A) 1 B) 3 C) 6
D) 2 E) 7

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Se tiene la siguiente progresión aritmética dentro de los cuadrados.

2	x	10	...	y	z

Donde: $x + y = 60$

Responde:

I. x = ☐

II. z = ☐

III. El n.° de cuadrados totales de la figura es: ☐.

IV. La suma de todos los números que posee cada cuadrado es:

$$S_n = \left(\frac{\bigcirc + \bigcirc}{2}\right)\bigcirc = \square$$

V. El término central de la progresión es:

☐

14. A) En las siguientes PG determina: la razón e indica si es creciente, decreciente u oscilante.

: : 10; 5; 5/2; ... ☐

: : 7; 49, ... ☐

: : p; pr; pr^2: ... ☐; r > 0

: : –5; 10; –20; ... ☐

B) Completa los pasos para resolver:

$$P = \frac{49 + 7 + 1 + ...}{5 + 9 + 13 + 18 + ... + 49}$$

$$P = \frac{\dfrac{49}{1 - \square}}{\left(\dfrac{\square + \square}{2}\right)n} + 1 \qquad n = \frac{\square - \square}{2} + 1$$

Reemplazamos el valor de n:

$$\frac{\dfrac{49}{\square}}{\left(\dfrac{\square}{2}\right)\cdot\square} = \square$$

Razonamiento y demostración

15. Si se sabe que a; a^2; 3a son los tres primeros términos de una progresión aritmética, entonces la suma de los n primeros términos es:

A) $4n^2 - 3$ B) 80n C) 10n D) $8n^2 + 4$ E) 10(n+1)

16. Halla el valor de –x para que:
(x + 3); (x); (2x); ...
Formen una progresión geométrica.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

17. Calcula la suma de los 4 primeros términos en la siguiente progresión aritmética:
:a; $a + \sqrt{a}$; 2a;...

A) 18 B) 28 C) 38 D) 48 E) 58

18. En la PA: 19; b; c ; 61

Calcula: $\frac{b + c}{76}$

A) $\frac{37}{40}$ B) $\frac{21}{40}$ C) $\frac{19}{20}$
D) $\frac{20}{19}$ E) $\frac{23}{20}$

19. En la siguiente PG:
:: 2^{-2}; 2^{-1}; ...
Calcula a_{49}.

A) 2^{42} B) 2^{44} C) 2^{46}
D) 2^{48} E) 2^{35}

Resolución de problemas

20. En una PG el primer término es 7, el último término 448 y la suma 889, halla la cantidad de términos.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

21. En una PA se sabe que $t_1 = 1$ y t_2; t_{10}; t_{34} forman una PG.

Halla t_{67}.

A) 18 B) 21 C) 23
D) 25 E) 27

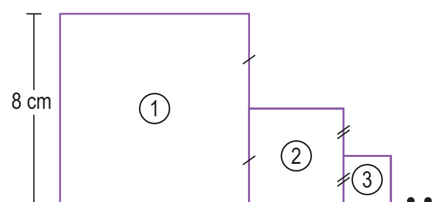
22. La suma de los seis primeros términos de una PG es igual a nueve veces la suma de los tres primeros, entonces la razón de la progresión es:

A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 2

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. En la figura se tienen cuadrados consecutivos.



Determina:

I. Cuánto mide el lado del cuadrado n.° 7.

II. El área del cuadrado n.° 5.

III. La suma de las áreas de los 5 primeros cuadrados.

IV. La suma de las áreas todos los cuadrados. (Infinitas).

24. Responde verdadero (V) o falso (F).

A) La suma de los 4 medios aritméticos de 5 y –5 es cero. ( )

B) La suma de los 5 medios geométricos de 1/3 y 1/192 es 31/32. ( )

C) Si $S = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 \ldots 10^2$

$\Rightarrow S = \frac{(10 \times 11 \times 21)}{6}$ ( )

D) El término central de una progresión aritmética impar es la semidiferencia de los extremos. ( )

E) En una PG creciente de n.° de términos impares el término central es la raíz del producto de los términos extremos.( )

A) VVFVV B) VFVFV C) VVVFV
D) VFFFV E) VFFFF

Razonamiento y demostración

25. En la siguiente progresión aritmética:

$$:a; \ldots; \frac{-201}{2}; -101$$

Determina el número de términos, si la suma de todos los términos es nulo.

A) 205 B) 505 C) 405
D) 305 E) 605

26. La suma de los **n** primeros términos de una PA es $3n + 10n^2$; determina el vigesimoprimer término de dicha progresión.

A) 400 B) 408 C) 413
D) 415 E) 420

27. En en una progresión geométrica se conoce:

$t_1 = 12$; $t_n = 972$;

$S_n = 1452$; calcula n.

A) 13 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

Resolución de problemas

28. La suma de tres números positivos en PA es 21. Si a los dos primeros se les suma 3 y al último 8, los nuevos números forman una PG ¿Cuánto vale el mayor?

A) 20 B) 12 C) 7
D) 9 E) 15

29. Halla el menor de tres números en PA tal que al adicionarles respectivamente 3; 10 y 2, las sumas obtenidas sean proporcionales a 2; 4 y 3.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 7

30. ¿Cuál es la profundidad que tiene un pozo si se han pagado por el primer metro 18 soles, por cada metro 4 soles más que por el anterior y en total 480 soles?

A) 8 m B) 10 m C) 12 m
D) 14 m E) 16 m

31. Los dos primeros términos de una PG suman 5 y cada término es igual a tres veces la suma de todos los términos que le siguen. Halla la razón de la progresión.

A) $\frac{1}{16}$ B) 4 C) $\frac{1}{8}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

32. La suma de los términos que ocupan el lugar impar en una PG de 6 términos es 1365 y la suma de los que ocupan el lugar par es 5460. Halla la razón de la PG.

A) 11 B) 6 C) 5
D) 3 E) 4



Claves

NIVEL 1	5. D	10. D	15. C	20. C	25. C	30. C
1. C	6. B	11. B	16. C	21. C	26. C	31. D
2. D	7. D	12. E	17. B	22. E	27. C	32. E
3. E	8. E	NIVEL 2	18. D	NIVEL 3	28. B	
4. B	9. D	13.	19. C	23.	29. E	
		14.		24. D		

MARATÓN Matemática

Si: $a = 1 + \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}$

$b = 2 + \sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6\ldots}}}$

Determina: $\log_b a$

Resolución:

- Del enunciado:

$a = 1 + \underbrace{\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}}_{S} \quad \wedge \quad b = 2 + \underbrace{\sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6\ldots}}}}_{S'}$

- Luego:

$S = \underbrace{\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}}_{S} \Rightarrow S = \sqrt{3.S}$

$S^2 = 3S \Rightarrow S = 3$

$S' = \underbrace{\sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6\ldots}}}}_{S'} \Rightarrow S' = \sqrt{6S'}$

$S'^2 = 6S' \Rightarrow S' = 6$

Entonces: $a = 1 + 3 \quad \wedge \quad b = 2 + 6$

$a = 4 \qquad b = 8$

Nos piden: $\log_b a = \log_8 4 = \log_{2^3} 2^2 = \frac{2}{3}\log_2 2$

$\log_b a = \frac{2}{3}$

1. Sea la función:

$f(x) = \begin{cases} 3x - 2; \text{ si } x \geq 3 \\ 4 - x; \text{ si } x < 3 \end{cases}$

Determina: $E = \dfrac{f(5) + f(-7)}{f(13) + f(1)}$

A) 7,2 B) –2,1 C 3,2
D) 2,4 E) 5,5

2. Determina la cantidad de canicas en la figura 10.



Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

A) 29 B) 19 C) 36 D) 39 E) 42

3. Determina el valor de n en:

$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \ldots + \frac{n}{2} = 32$

A) 17 B) 14 C) 15 D) 16 E) 21

4. Halla el rango de la función:

$G(x) = \dfrac{3 - x}{x + 4}; \text{ si } x \in \langle 0; 4\rangle$

A) $\left\langle \frac{7}{8}; \frac{3}{4} \right\rangle$ B) $\left\langle \frac{1}{8}; \frac{1}{4} \right\rangle$ C) $\langle 4; 8\rangle$
D) $\left\langle -\frac{1}{8}; \frac{3}{4} \right\rangle$ E) $\left\langle 0; \frac{1}{4} \right\rangle$

5. El primer término de una progresión geométrica es 4 y el último 2^{18}, determina el n.° de términos si la razón es 4.

A) 10 B) 11 C) 9 D) 7 E) 12

6. Encuentra los valores de x en:

$\log_4^2 x - 6\log_4 x + 8 = 0$

A) $\{2; 2^2\}$ B) $\{2^3; 2^5\}$ C) $\{2^4; 2^8\}$
D) $\{2^6; 2^8\}$ E) $\{4; 8\}$

7. Si la siguiente relación es una función:

$G = \{(2; 11), (5; a - 2b), (-4; 7), (2; 3a - 5b), (5; 4)\}$

Da como respuesta: a.b

A) –1 B) 1 C) 2 D) –2 E) $\frac{1}{2}$

8. Determina los valores de x.

$x^2 - 3|x| + 2 = 0$

A) ± 1 B) ± 3 C) ± 4
D) ± 2 E) A y D

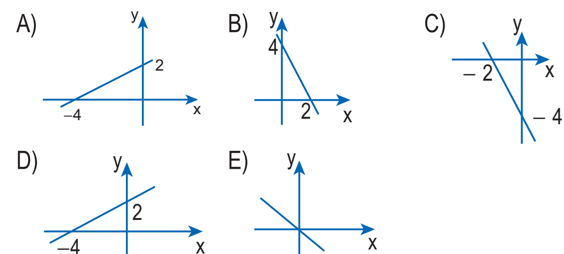
9. Encuentra las soluciones de:

$|x - 3| = x + 1$

A) 4 B) ± 2 C) 1
D) –1 E) ± 3

10. Realiza la gráfica de la función

$f(x) = \frac{x}{2} + 2$



11. Sea $b \in \mathbb{R}$ y diferente de 1, determina $\frac{x}{2} + 2y$

$b^{x+2} = 16$ y $b^{4-2y} = 1/4$

A) $\log_b 16b^3$ B) $\log_b \frac{16}{6^5}$ C) $\log_b \frac{4}{b^2}$
D) $\log_b \frac{2}{b^5}$ E) $\log_b \frac{4}{b}$

12. Determina el conjunto solución de la inecuación: $\dfrac{|15x| - 2}{4} < 7$

A) $\langle -1; 1\rangle$ B) $\langle -4; 4\rangle$ C) $\langle -2; 2\rangle$
D) $\langle -3; 3\rangle$ E) $\left\langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle$

13. Determina: $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \ldots + \log_2 2^n$

A) $2^n - 1$ B) $2^n - 2$ C) 2^n
D) $2^n + 1$ E) $\dfrac{n^2 + n}{2}$

RAZONA:

Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

	5			6	3			4
					1	7	5	
		1	4				3	
	3		1					6
		2		5		8		
9					4		7	
	9				2			
	2	7	6			4		
4			3	1			6	

2.

		1				7		2
8					6		5	4
			7			9		
	6							7
	9						8	
2							1	
		7			5			
5	3		2					1
9		2		6		8		

3.

					5		6	
9		3				4		
	2		9	1			5	
7				5		3		
		4	1	3	6	2		
		9		2				1
	9			6	7		3	
		8				6		7
	6		8					

4.

1			6			7	8	9
					3			4
				7		5	2	
8			2	3		9		
5								8
		6		4	1			7
	5	1		8				
2			9					
9	8	4			2			5

5.

				9			6	
3			8	7		5		
			2		4			1
	5					1		4
	7	4	5		6	3	2	
		2					7	
9			6		7			
		5		3	8			7
	8			5				

6.

		7		4		2		
1	9						8	4
		2	1		8	3		
8			6		7			9
	1						2	
3			8		2			6
		1	9		4	8		
4	3						7	1
		8		3		9		

7.

9			8	5			2	
3				2		1	7	
					6		8	
	4		3					
	5	2				6	3	
					2		5	
	3		7					
	6	1		4				5
	2			1	8			3

8.

		7		1	8	5		9
	2							
		3		6			4	8
				5	9	6	3	
								1
	9	8	1	3				
5	1			4		8		
							1	
4		9	6	2		7		

Respuestas:

1.

8	5	9	7	6	3	1	2	4
6	4	3	8	2	1	7	5	9
2	7	1	4	9	5	6	3	8
5	3	4	1	7	8	2	9	6
7	1	2	9	5	6	8	4	3
9	6	8	2	3	4	5	7	1
1	9	6	5	4	2	3	8	7
3	2	7	6	8	9	4	1	5
4	8	5	3	1	7	9	6	2

2.

3	5	1	8	9	4	7	6	2
8	7	9	3	2	6	1	5	4
4	2	6	7	5	1	9	3	8
1	6	8	5	4	9	3	2	7
7	9	5	1	3	2	4	8	6
2	4	3	6	8	7	5	1	9
6	8	7	9	1	5	2	4	3
5	3	4	2	7	8	6	9	1
9	1	2	4	6	3	8	7	5

3.

4	7	1	3	8	5	9	6	2
9	5	3	6	7	2	4	1	8
8	2	6	9	1	4	7	5	3
7	1	2	4	5	9	3	8	6
5	8	4	1	3	6	2	7	9
6	3	9	7	2	8	5	4	1
1	9	5	2	6	7	8	3	4
3	4	8	5	9	1	6	2	7
2	6	7	8	4	3	1	9	5

4.

1	3	5	6	2	4	7	8	9
7	2	8	5	9	3	1	6	4
4	6	9	1	7	8	5	2	3
8	4	7	2	3	5	9	1	6
5	1	2	7	6	9	4	3	8
3	9	6	8	4	1	2	5	7
6	5	1	4	8	7	3	9	2
2	7	3	9	5	6	8	4	1
9	8	4	3	1	2	6	7	5

5.

2	1	7	3	9	5	4	6	8
3	4	6	8	7	1	5	9	2
5	9	8	2	6	4	7	3	1
6	5	9	7	2	3	1	8	4
1	7	4	5	8	6	3	2	9
8	3	2	4	1	9	6	7	5
9	2	1	6	4	7	8	5	3
4	6	5	9	3	8	2	1	7
7	8	3	1	5	2	9	4	6

6.

6	8	7	3	4	9	2	1	5
1	9	3	7	2	5	6	8	4
5	4	2	1	6	8	3	9	7
8	2	5	6	1	7	4	3	9
9	1	6	4	5	3	7	2	8
3	7	4	8	9	2	1	5	6
2	5	1	9	7	4	8	6	3
4	3	9	2	8	6	5	7	1
7	6	8	5	3	1	9	4	2

7.

9	1	6	8	5	7	3	2	4
3	8	5	9	2	4	1	7	6
2	7	4	1	3	6	5	8	9
6	4	7	3	8	5	9	1	2
8	5	2	4	9	1	6	3	7
1	9	3	6	7	2	4	5	8
5	3	8	7	6	9	2	4	1
7	6	1	2	4	3	8	9	5
4	2	9	5	1	8	7	6	3

8.

6	4	7	3	1	8	5	2	9
8	2	1	5	9	4	3	6	7
9	5	3	2	6	7	1	4	8
1	7	4	8	5	9	6	3	2
3	6	5	4	7	2	9	8	1
2	9	8	1	3	6	4	7	5
5	1	2	7	4	3	8	9	6
7	3	6	9	8	5	2	1	4
4	8	9	6	2	1	7	5	3

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344